0.6.1) Mittelwert, Abweichungen

- Mittelwert ist „Bestwert“, da die Summe der Abweichung der Einzelwerte vom Mittelwert gleich 0 sind
- Weder Einzelwert noch Mittelwert der Messgröße sind der „wahre Wert“ der Messgröße
- Mathematisch wahre Wert ist Grenzwert

$$\boxed{\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} x_i} \qquad (0.6\text{-}2)$$

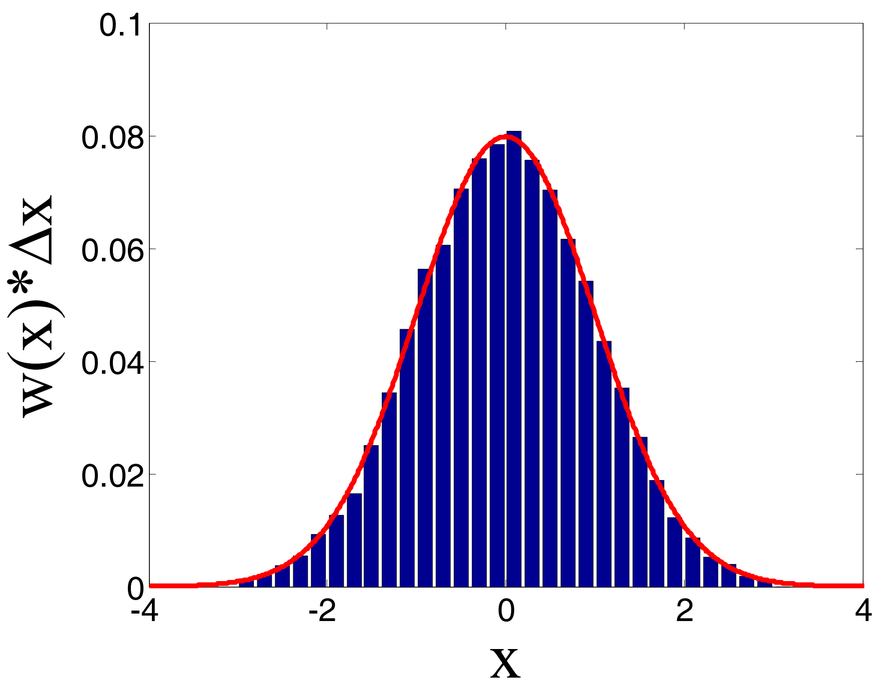
0.6.2 Gaußsche Normalverteilung

- Eine Summe von vielen unabhängigen beliebig verteilten Zufallsvariablen gleicher Größenordnung ist näherungsweise normalverteilt
- Je mehr Stichproben desto besser die Näherung mit einer Normalverteilung

❖ (Zentraler Grenzwertsatz)

0.6.2 Gaußsche Normalverteilung (Fortsetzung)

- Standardabweichung σ
- Erwartungswert μ (wahrer Wert)



$$w(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (0.6\text{-}3)$$

Gaußsche Normalverteilung

0.6.2 Gaußsche Normalverteilung (Fortsetzung)

- Kurve gibt Verhältnisse nur für große n (> 200) wieder
- Bei wirklichen Messungen i.a. weniger Wiederholungen
- Schätzwert für μ ist $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$ (0.6-1)
- Schätzwert für σ ist

$$\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{n-1}\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\bar{x}^2\right)}} \qquad (0.6\text{-}4)$$

0.6.2 Gaußsche Normalverteilung (Fortsetzung)

- Auch der Mittelwert hat eine Standardabweichung

$$\boxed{\Delta\bar{x} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}} \qquad (0.6\text{-}5)$$

- Der Mittelwert liegt mit der Wahrscheinlichkeit von 68,3% im Interval μ-$\sigma/n^{0.5}$ bis $\mu+\sigma/n^{0.5}$
- Streuung des Einzelwertes um $n^{0.5}$ größer
- Bemerkung: Angabe von Messwerten nur im sinnvollen Rahmen (bzgl. Abweichung des Mittelwertes), z.B. m= 3.1 wenn Δm = 0.3

  (nicht 3.122333, selbst wenn dass das der „exakte“ Mittelwert wäre)

0.6.3) Fehlerfortpflanzung

- Fehler einer Größe F(x,y,z,...)

$$\boxed{\Delta\overline{F} = \sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\Delta\overline{x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\Delta\overline{y}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial z}\Delta\overline{z}\right)^2 + \ldots}} \qquad (0.6\text{-}6)$$

- Voraussetzung: Unabhängigkeit der Abweichungen in den Einzelgrößen x,y,z,...

1 Mechanik der Punktmassen

- Mechanik, bei der man die Ausdehnung der Körper absehen kann uns sie als mit Masse behaftete Punkte ansehen kann
- Gilt, wenn Abmessungen klein gegen Abmessungen der Räume sind, in denen sie sich bewegen
- Ableitbar: Mechanik der starren und des deformierbaren Körpers

1.1 Kinematik

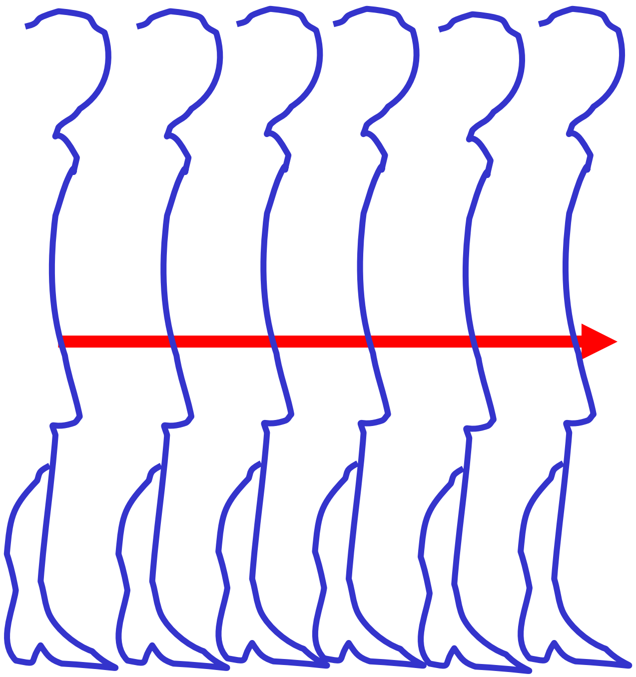
- Etymologisch: *kinêtikós (gr.)* die Bewegung betreffend
- Lehre der Bewegung von Körpern ungeachtet der Ursachen der Bewegung (die beteiligten Kräfte) sowie die Wirkung auf andere Körper

1.1.1 Einleitung: Futurismus

Bewegung als künstlerisches Motiv

> Wir erklären, dass die Herrlichkeit der Natur eine neue Schönheit bekommen hat, die der Geschwindigkeit
>
> (Marinetti, 1909)

1.1.1 Einleitung (Fortsetzung)



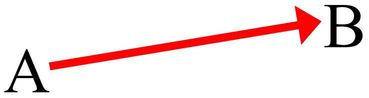
Nach Balla (1912):
„Bambina che corre sul balcone "

- Gleichzeitige Abbildung der Bewegung zu verschiedenen Zeitpunkten (Mehrfachbelichtung)
- Physik: stroboskopische Methode
- Bewegung hat eine Richtung

➢ Bewegung durch Vektoren beschreiben

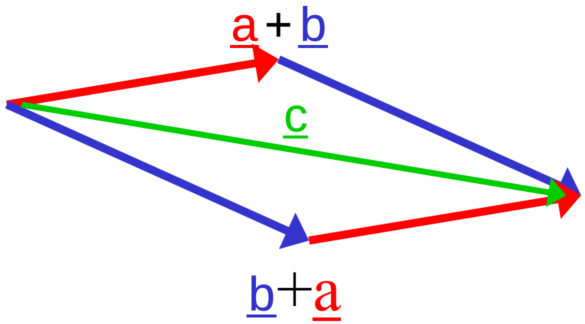
1.1.2 Mathematischer Exkurs
Vektoren

- Vektor Schreibweisen $\vec{a}$, $\underline{a}$, $\mathbf{a}$



- Vektoren $\underline{a}$ und $\underline{b}$ gleich wenn Betrag $|\underline{a}| = |\underline{b}|$ und gleiche Richtung $\underline{a}\uparrow\uparrow\underline{b}$
- Vektoraddition

➢ $\underline{a}+\underline{b} = \underline{b}+\underline{a} = \underline{c}$ (Kommutativgesetz) (1.1-1)



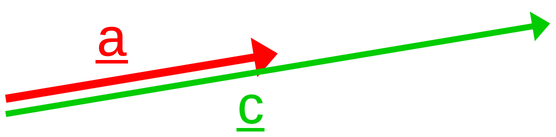
➢ $(\underline{a}+\underline{b})+\underline{c} = \underline{a}+(\underline{b}+\underline{c})$ (Assoziativgesetz) (1.1-2)

1.1.2 Mathematischer Exkurs (Fortsetzung) Vektoren

- Multiplikation mit einem Skalar $\underline{d}=\lambda\underline{a}$ (λ Element von R^1), $|\underline{d}|=|\lambda||\underline{a}|$
- Rechenregeln
  - $(\lambda+\mu)\underline{a}=\lambda\underline{a}+\mu\underline{a}$
  - $(\lambda\mu)\underline{a}=\lambda(\mu\underline{a})=\lambda(\mu\underline{a})$
  - $\lambda(\underline{a}+\underline{b})=\lambda\underline{a}+\lambda\underline{b}$

(1.1-3abc)

➢ Beispiel 1: $\underline{c} = 2\underline{a}$



➢ Beispiel 2: $(-1)\underline{a} = -\underline{a}$