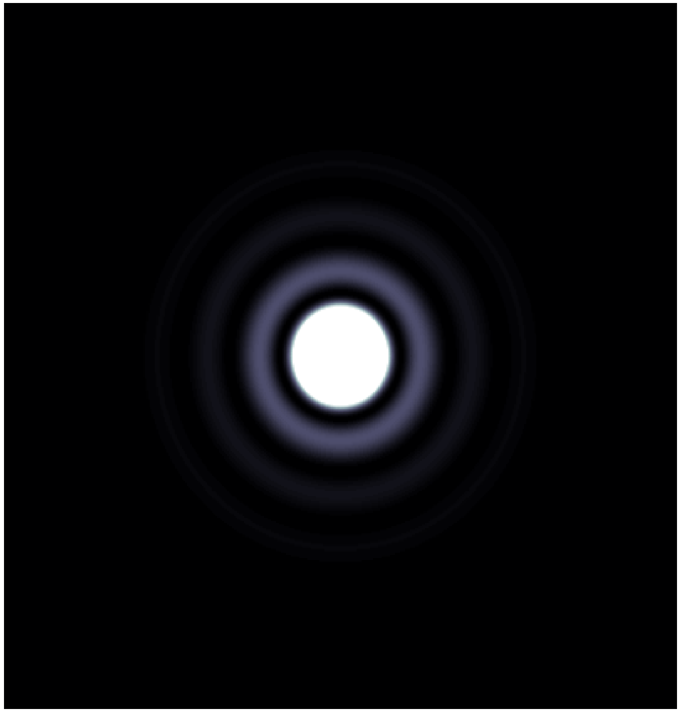
7.5 Auflösungsvermögen optischer Geräte

<u>Vorüberlegungen</u>

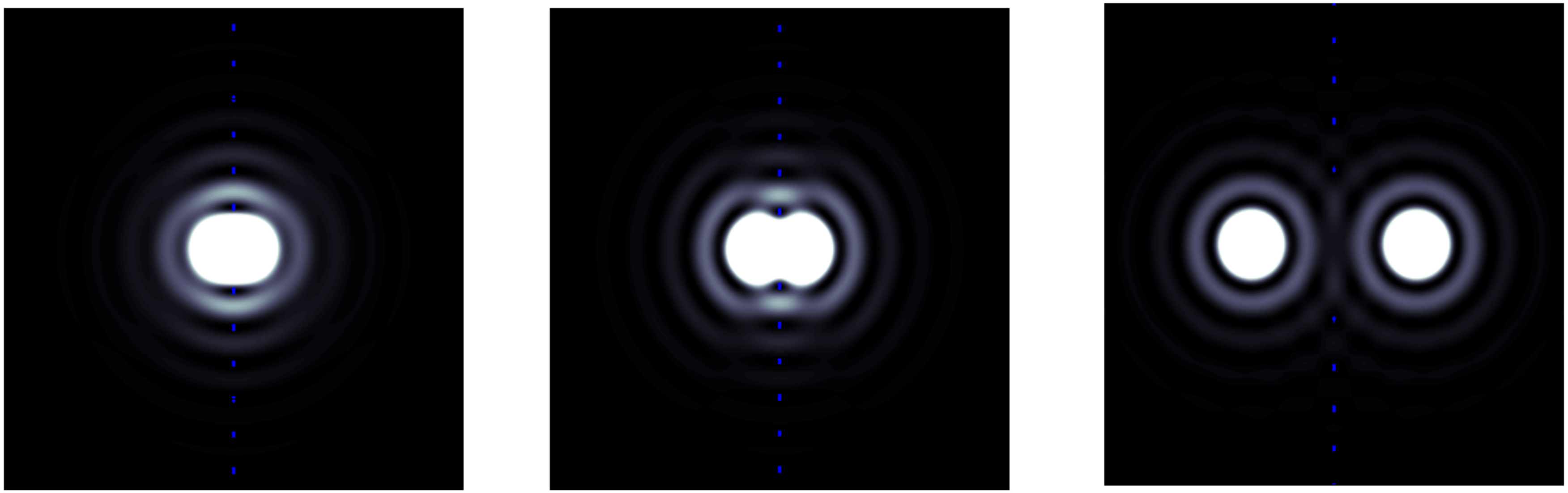
- Beugungsmuster einer Lochblende (Kap. 7.3)
- 1-tes Minimum unter dem Winkel

  $\boxed{\alpha = 1{,}220\ \lambda/d}$ (7.3.1)
- Optische Geräte werden durch kreisförmige Blenden begrenzt
- Jede punktförmige Lichtquelle erzeugt Beugungsscheibe (Radius gegeben durch erstes Minimum)



Weniger überbelichtet als in 7.3 zur Verdeutlichung der Beugungscheibe.

7.5 Auflösungsvermögen optischer Geräte

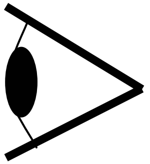


Zwei Lichtpunkte im Abstand 0.5 (links) / 1 (Mitte) / 4 (rechts) · 1,22λ/d. Die Lichtpunkte sind von links nach rechts nicht / gerade / deutlich trennbar.

- Wenn Maximum in erstes Maximum fällt sind zwei punktförmige Lichtquellen gerade auflösbar

$$\boxed{\alpha \geq 1{,}22 \cdot \frac{\lambda}{d}} \qquad (7.5.1)$$

7.5 Auflösung optischer Geräte



Beispiel Auge:

- Betrachte Beugungscheibe eines roten Lichtpunkt z.B. von Laserpointer (λ_0=632,8nm)
- Größe der Beugungscheibe auf Netzhaut?
  - Pupillenöffnung d=0.003m
  - Abstand Netzhaut-Linse f=0.02m
  - Brechzahl der Augenflüssigkeit n = 1,34;
  - ➢ In Auge $\lambda = \lambda_0/n$
- Nach (7.3.1) Abstand von Mitte r = f·sin(α) ≈ f·α

$$r = 1{,}22 \cdot \left(\frac{f \cdot \lambda}{d \cdot n} \right) \approx 3{,}85\,\mu m$$

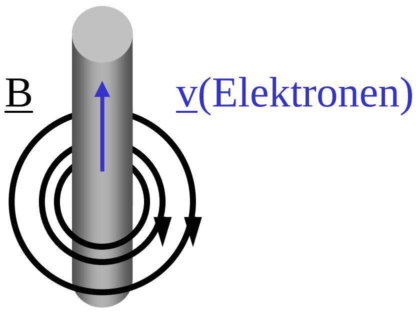
➢ Auge nutzt die durch Beugung begrenzte Auflösung des Auges mit ≈4μm Abstand der Zäpfchen auf Netzhaut völlig aus!

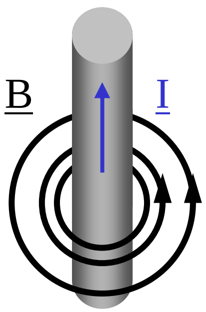
8. Elektrodynamik

- <u>Bisher:</u>
  - Statische magnetische Felder
  - Ruhende oder gleichförmig bewegte elektrische Ladungen
- <u>Jetzt:</u>
  - Ungleichförmig bewegte Ladungen
  - Instationäre Magnetfelder

8.0 Elektrodynamik (Vorbemerkungen)

- aus Kap. 4.4: Stromdurchflossener Leiter besitzt kreisförmige magnetische Feldlinien
- Richtung der Feldlinien aus rechter/linker Handregel für den Strom/Bewegungsrichtung der Elektronen

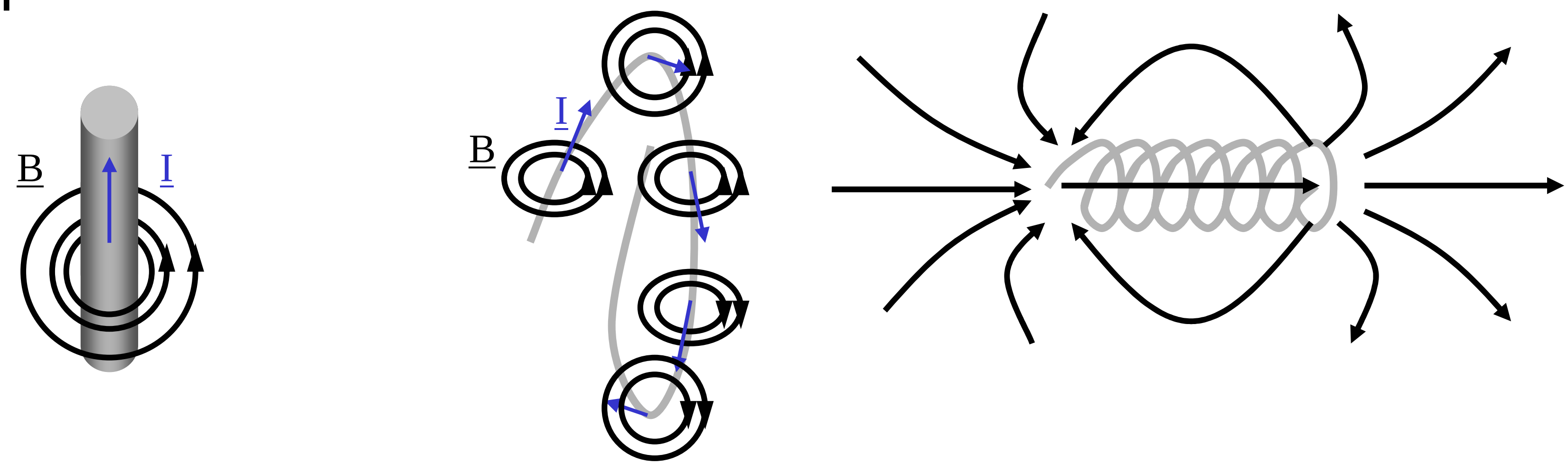




➢ Gerade stromdurchflossene Spule erzeugt Magnetfeld vergleichbar mit einem Magnetdipol (s.u.)

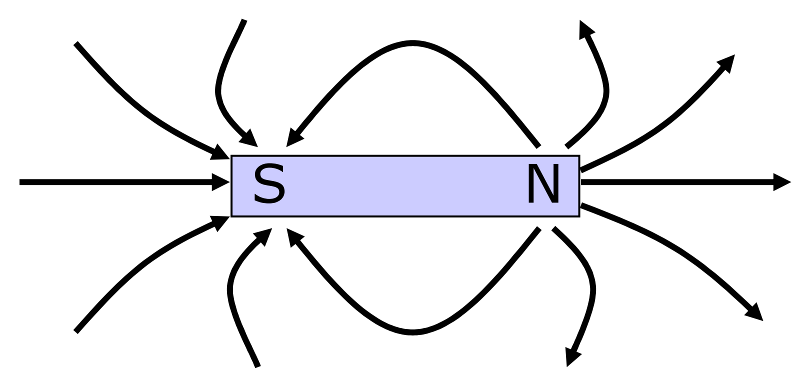
8.0 Elektrodynamik (Vorbemerkungen)

- Magnetfeld einer geraden stromdurchflossenen Spule



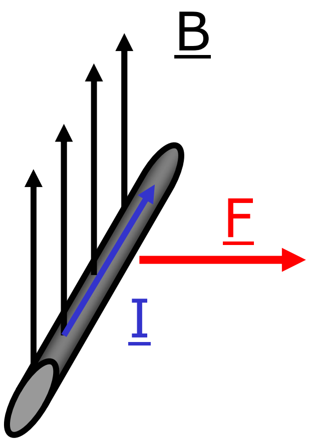
Gerade Leiter => Spulenwicklung => Gerade Spule

Zum Vergleich: Magnetfeld eines Permanentmagneten (Kap. 4.1)

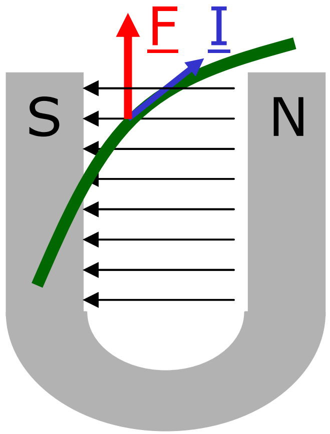


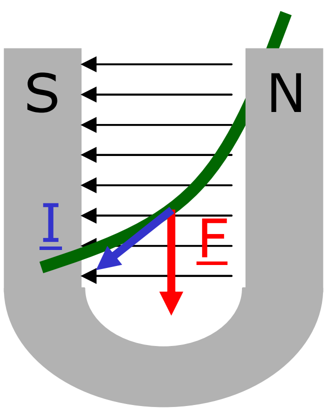
8.0 Elektrodynamik (Vorbemerkungen)

- Aus Kap 4.2: Magnetfeld übt Lorentz-Kraft auf bewegte Ladung aus
- Stromdurchflossener Leiter erfährt Kraft senkrecht zur Stromrichtung und zur Magnetfeldrichtung

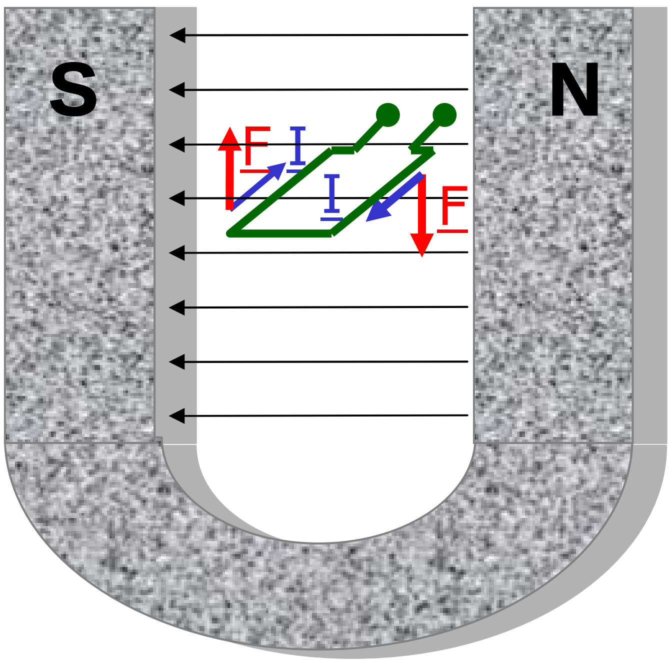


$$\vec{F} = I \cdot \vec{l} \times \vec{B} \qquad (4.2\text{-}5)$$





8.1 Prinzip des Elektromotors



- Eine stromdurchflossene Schleife im Magnetfeld erfährt Drehmoment, die versucht Schleife senkrecht zum Magnetfeld zu stellen.
- Durch Trägheit über Gleichgewichtslage hinaus
- Danach wirkt bei gleicher Stromrichtung Drehmoment entgegengesetzt

➢ Daher Umpolung notwendig *(siehe z.B Stuart & Klages, Abb. 6.83a)*

8.2 Elektromagnetische Induktion

- Wissen (Kap 4.2), dass ein stromdurchflossener Draht im Magnetfeld eine Kraft erfährt.
- 1831: Faraday findet, dass auch ein Magnetfeld einen Strom erzeugen kann, wenn sich das Magnetfeld zeitlich ändert.
- Er klärt durch eine Reihe von Versuchen diese elektromagnetischen Induktionserscheinungen

8.2 Elektromagnetische Induktion

1. Nährt man eine Stabmagneten einer Spule, so schlägt ein an de Spule angeschlossenes ballistischen Galvanometer (bGm) aus.
2. Führt man den Magneten wieder in seine Ausgangsposition, so schlägt das bGm in entgegen gesetzter Richtung aus.
3. Nimmt man eine doppelte Schlinge, so verdoppelt sich der Ausschlag.
4. Der Effekt wie in 1. und 2. lässt sich auch mit stromdurch-flossener Spule durchführen.
5. Bei Verdoppelung der Stromstärke verdoppelt sich der Ausschlag.

8.2 Elektromagnetische Induktion

6. Bei eingeführter Spule wird ein Ausschlag gemessen, wenn der Stromkreis plötzlich unterbrochen wird.
7. In einer Drahtschlinge im Magnetfeld wird ein Strom induziert, wenn diese um eine Achse senkrecht zum Magnetfeld gedreht wird
8. Eine Änderung der Fläche, die das Magnetfeld durchsetzt, bewirkt einen Ausschlag des bGm.
9. Bei Einschub eines Eisenkernes in eine Spule in Position wie bei 4. so schägt das bGm aus.

(für Abbildungen siehe z.B. Meschede, Kap. 7.4.1)

8.4 Faradaysches Induktionsgesetz

- Zur Erklärung muss der magnetische Fluss durch die Leiterschleife betrachtet werden

$$\Phi = \iint \vec{B} d\vec{A} \qquad (4.1\text{-}8)$$

Induktionsgesetz

$$\boxed{U_{ind} = -\frac{d}{dt}\Phi} \qquad (8.4\text{-}1)$$

Eine zeitliche Änderung des magnetischen Flusses Φ, der eine Drahtschleife durchsetzt, induziert eine Spannung U_{ind} und, bei gegebenen Widerstand einen Strom I_{ind}, der der Magnetflussänderung proportional ist.

8.4 Faradaysches Induktionsgesetz

- Andere Formulierung des Induktionsgesetzes mit

$$U_{12} = \varphi(r_2) - \varphi(r_1) \qquad (3.4\text{-}5)$$

$$\varphi(r) = -\int_{\infty}^{r} \vec{E}\, d\vec{r} \qquad (3.4\text{-}2)$$

$$\boxed{\oint \vec{E} d\vec{r} = -\frac{d}{dt}\Phi = -\dot{\Phi}} \qquad (8.4\text{-}2)$$

- mit $\Phi = \iint \vec{B} d\vec{A}$ (4.1-8)

$$\boxed{\oint \vec{E} d\vec{r} = -\int \dot{\vec{B}} d\vec{A}} \qquad (8.4\text{-}3)$$

➢ Integralform der II. Maxwellschen Gleichung

Faradaysche Induktionsgesetz auch als Folge der Lorentzkraft erklärbar (siehe z.B. Meschede, Kap. 7.4.2, Abb. 7.40)

8.5 Lenzsche Regel

Lenzsche Regel: Die Induktionspannung und der dadurch hervorgerufene Stromfluss wirken der Ursache stets entgegen

- Das Minuszeichen im Induktionsgesetz bringt Energieerhaltung zum Ausdruck.
- Annäherung erzeugt einen Magneten entgegen gesetzter Polung (abstoßend)
- Entfernen erzeugt einen Magneten gleicher Polrichtung (anziehend)
- Für beide Richtungen muss somit Arbeit verrichtet werden.

8.6 Verschiebungstrom

- Betrachte Leiter, der durch schmalen Spalt unterbrochen wird (siehe z.B. Stroppe, Kap. 32.1, Abb 32.1)
- Endflächen tragen Ladungen Q unterschiedlichen Vorzeichens.
- Im Spalt gibt es elektrischen Fluss Ψ

$$\Psi = \oiint \vec{D} d\vec{A} = \sum_i q_i = Q \qquad (3.3\text{-}6)$$

- Bei Wechselstrom ständige Änderung der Ladungsmenge Q. Der Wechselstrom i setzt sich durch den Spalt fort.

$$\boxed{\frac{dQ}{dt} = \frac{d\Psi}{dt} = \frac{d}{dt} \oiint \vec{D} d\vec{A} = \oiint \dot{\vec{D}} d\vec{A}} \qquad (8.6\text{-}1)$$

8. 6 Verschiebungstrom

- Die zeitliche Änderung des Verschiebungsvektors D nennt man Verschiebungsstromdichte. Sie ist gleich der Leitungsstromdichte j

$$\boxed{\vec{j} = \dot{\vec{D}}} \qquad (8.6\text{-}2)$$

- Maxwell erkannte, dass auch der Verschiebungsstrom in seiner Umgebung ein Magnetfeld erzeugt.
- Für das erzeugte Magnetfeld müssen somit Leitungsstrom Verschiebungsstrom berücksichtigt werden. Es gilt das Durchflutungsgesetz:

$$\boxed{\oint \vec{H} d\vec{r} = \oiint (j + \dot{\vec{D}}) d\vec{A}} \qquad (8.6\text{-}3)$$

8.7 Maxwellgleichungen

- Sie bilden das theoretische Fundament der Elektrodynamik
- Maxwellgleichung (in Ihrer Integralform)

$$\boxed{\begin{array}{ll} \oint \vec{H} d\vec{r} = \oiint (j + \dot{\vec{D}}) d\vec{A} & (8.6\text{-}3) \\ \oint \vec{E} dr = -\int \dot{\vec{B}} d\vec{A} & (8.4\text{-}3) \\ \oiint \vec{D} d\vec{A} = Q & (3.3\text{-}6) \\ \oiint \vec{B} d\vec{A} = 0 & (4.1\text{-}6) \end{array}}$$

(8.7-1a,b,c,d)

- Dazu die Gleichung die <u>B</u> und <u>H</u> sowie <u>E</u> und <u>D</u> miteinander verknüpfen

$$\boxed{\vec{B} = \mu_0 \cdot \vec{H} + \vec{J}}$$

(8.7-2)
(für Vakuum 4.1-4)

$$\boxed{\vec{D} = \varepsilon_0 \cdot \vec{E} + \vec{P}}$$

(8.7-2)
(für Vakuum 3.3-5)

8.7 Maxwell Gleichungen

$$\oint \vec{H} d\vec{r} = \oiint (j + \dot{\vec{D}}) d\vec{A} \qquad (8.7\text{-}1a)$$

- I. Maxwellsches Gesetz: Jedes zeitlich veränderliche elektrische Feld erzeugt magnetisches Wirbelfeld

$$\oint E dr = -\int \dot{B} dA \qquad (8.7\text{-}1b)$$

- II. Maxwellsches Gesetz: Jedes zeitlich veränderliche magnetische Feld erzeugt elektrisches Wirbelfeld

$$\oiint \vec{D} d\vec{A} = Q \qquad (8.7\text{-}1c)$$

- III. Maxwellsches Gesetz: Es gibt elektrische Monopole. Ihre Polstärke ist durch ihre Ladung gegeben

$$\oiint \vec{B} d\vec{A} = 0 \qquad (8.7\text{-}1d)$$

- IV. Maxwellsches Gesetz: Es gibt keine magnetischen Monopole

8.8 Elektromagnetische Wellen

- Aus den Maxwellgleichungen lassen sich Wellengleichungen (hier im Vakuum) entsprechend (5.7-5) ableiten (zunächst hier für das B-Feld)

$$\boxed{\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = 0} \qquad (8.8\text{-}1)$$

mit der Lichtgeschwindigkeit $\boxed{c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}}$ (8.8-2)

Entsprechend dreidimensional

$$\boxed{\Delta \vec{B} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2} = 0} \qquad (8.8\text{-}3)$$

$$\boxed{\Delta \vec{B} = \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial z^2}} \qquad (8.8\text{-}5)$$

Da E-Feld und B-Feld gekoppelt gilt entsprechend auch für das E-Feld

$$\boxed{\Delta \vec{E} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0} \qquad (8.8\text{-}6)$$

8.8 Elektromagnetische Wellen

- B und E-Feld stehen senkrecht aufeinander aus Maxwellgleichungen ersichtlich
- Für Herleitung der Wellengleichung siehe z.B. Stroppe, Kap.28.2, hieraus auch Abb.
- Elektromagnetische Wellen treten in vielen Formen auf: Mikrowellen, Radiowellen, Infrarotlicht, Sichtbares Licht, Ultraviolett, Röntgenstrahlen, Gammastrahlen
- Sie unterscheiden sich durch Ihre Wellenlänge und Frequenz

Vergleich zu akustischen Wellen findet sich in Meschede, Kap. 7.7.3

Für Spektrum der elektromagnetischen Wellen siehe z.B. Tipler Kap. 29.5, Tab. 29.1., auch Halliday, Resnick&Walker, Kap. 34, Fig 34.1