

## II Erzeugung, Ausbreitung, Messung und Bewertung von Schall

### II.1 Erzeugung von Schall

Für die Erzeugung von Luftschall existieren ebenso wie für die Anregung von Körperschall eine Reihe von unterschiedlichen Mechanismen. Dabei werden unterschiedliche Formen von Energie in mechanische Schwingungsenergie umgewandelt, die sich in Luft bzw. Materie ausbreitet. Beispiele für eine mechanische Anregung einer Luftschallwelle sind Saiteninstrumente, Schlagzeug und die Knalltüte. Strömungsmechanische Anregungen treten dabei bei Blasinstrumenten, Orgelpfeifen, der menschlichen Stimme und dem Autoauspuff auf. Bei der elektromechanischen Anregung im Lautsprecher oder Ultraschall-Wandler wird dagegen elektrische Energie in mechanische Schwingungsenergie umgesetzt. Es gibt aber auch Beispiele von thermisch aktivierter Schwingungsanregung (z. B. Gaspfeifen), bei denen die Wärmezufuhr in Interaktion mit der Schallwelle tritt und bei richtiger Phasenlage dieser Interaktion zu einer Verstärkung einer periodischen Schwingung führt.

Obwohl es so viele unterschiedliche Anregungsformen von Schall gibt, ist die Schallausbreitung in Luft, die durch diese Anregungen hervorgerufen wird, für alle Fälle weitgehend gleich. Eine wichtige Rolle spielt dabei die charakteristische Abmessung der Schallquelle  $a$ , die im Verhältnis gesetzt wird zur Wellenlänge  $\lambda$  bzw. Wellenvektor  $|k| = 2\pi/\lambda$ . Dafür gilt

- $ka \ll 1$ : Form der Anregung ist irrelevant (Kugelwelle, Monopolstrahler)
- $ka = 1$ : Beugungseffekte durch Form der Anregungsfläche
- $ka \gg 1$ : Geometrische Akustik („Schallstrahlen“)

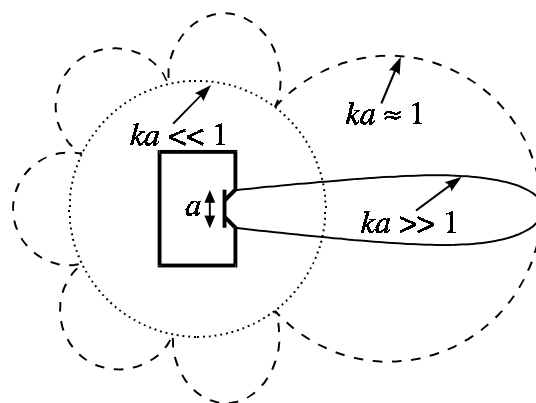


Abbildung 2.1: Abstrahlcharakteristik für verschiedene Frequenzen, die durch das Verhältnis aus Abmessung der Quelle  $a$  und Wellenlänge  $\lambda$  gekennzeichnet sind.

Da in dem Frequenzbereich der Hörakustik von ca. 20 Hz bis ca. 20.000 Hz für realistische Lautsprecheranordnungen sämtliche dieser drei Fälle vorkommen, muß sich für jede Strahleranordnung überlegt werden, ob es sich um eine Langwellen-Näherung ( $k \cdot a \ll 1$ ) oder eine Näherung für sehr kleine Wellenlängen handelt, bei denen die Wellennatur der Akustik in den Hintergrund tritt und eine geometrische Akustik in Kraft tritt, die eher den Charakter einer Schallteilchen-Beschreibung hat.

### II.1.1 Monopolstrahler (Strahler 0.Ordnung)

Die einfachste Approximation für einen Schallstrahler ist das Modell der atmenden Kugel, d. h. eines radialsymmetrischen Kugelstrahlers des Radius  $r = a$ , dessen Oberfläche mit der radialen Schnelle  $v_a$  bei einer vorgegebenen Frequenz  $\omega$  vibriert:

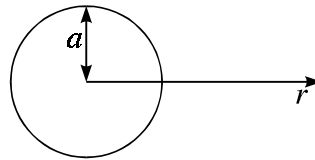


Abbildung 2.2: Radialsymmetrischer Kugelstrahler ("atmende" Kugel)

Um den Schalldruck auszurechnen, der von diesem Strahler abgestrahlt wird, wenden wir die Wellengleichung an:

$$\Delta p = + \frac{1}{c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2} p \quad (\text{II.1})$$

Für den rotationssymmetrischen Fall, für den wir ein Kugelkoordinatensystem benutzen, bei dem der Schalldruck nur von dem Radius, nicht aber von den  $\varphi$  und  $\vartheta$  abhängt, hat der Laplace-Operator die Form:

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \quad (\text{II.2})$$

Daraus folgt für die Wellengleichung:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.3})$$

Zur Lösung dieser Wellengleichungen führen wir eine Hilfsgröße  $p \cdot r = \Pi$  ein, so daß sich die folgende Wellengleichung ergibt:

$$\frac{\partial^2(\Pi)}{\partial r^2} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2(\Pi)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{II.4})$$

Diese Gleichung hat die gleiche Form wie die eindimensionale Wellengleichung für den Schalldruck  $p$ . Als allgemeine Lösung ergibt sich daher für den Schalldruck die folgende Form:

$$p = \frac{1}{r} \cdot \left( \underbrace{\hat{\Pi}_+ e^{-i(k_0 r - \omega t)}}_{\text{divergierend}} + \underbrace{\hat{\Pi}_- e^{+i(k_0 r + \omega t)}}_{\text{konvergierend}} \right) \quad (\text{II.5})$$

Die Lösung besteht damit aus einer divergierenden, kugelsymmetrischen Schallwelle, die die eigentliche Lösung der Abstrahlung einer „atmenden“ Kugel darstellt und einer konvergierenden Teillösung, die die Abstrahlung von der Kugeloberfläche nach innen beschreibt. Letztere macht physikalisch wenig Sinn, so daß wir nur die divergierende Lösung betrachten. Im Gegensatz zur eindimensionalen Wellengleichung ist die Lösung für die Schnelle nicht mehr formal gleich der Lösung für den Schalldruck, so daß wir für die Schnelle in radialer Richtung aus der Gleichung folgende Lösung erhalten:

$$v_+ = -\frac{1}{i\omega\rho} \cdot \frac{dp_+}{dr} = \frac{\hat{\Pi}_+}{i\omega\rho} \cdot \left( \frac{1}{r^2} + \frac{ik}{r} \right) \cdot e^{-ikr+i\omega t} = \Pi_+ \cdot \left( \underbrace{\frac{1}{\rho cr}}_{\text{Fernfeld}} + \underbrace{\frac{1}{i\omega\rho r^2}}_{\text{Nahfeld}} \right) \cdot e^{-ikr+i\omega t} \quad (\text{II.6})$$

Im Gegensatz zum Schalldruck hat die Schnelle hier also zwei Komponenten, von denen die eine mit  $1/r$  abfällt und in Phase mit dem Schalldruck ist, so daß diese Lösung das Fernfeld mit einer Wirkleistung beschreibt, d. h. die auf diese Art und Weise fortschreitende Welle entzieht dem Schallsender Energie. Der zweite Bestandteil der Schnelle fällt mit  $1/r^2$  ab, beschreibt also das Nahfeld, das zudem um 90 Grad phasenverschoben mit dem Schalldruck ist. Dieses Nahfeld wird auch als hydrodynamische Komponente bezeichnet, weil es sich um eine reine Blindleistung handelt, d. h. es wird dem Schallsender keine Energie entzogen, sondern die Energie oszilliert zwischen dem Schallsender und dem umgebenden Medium hin und her.

Zur näheren Bestimmung, der in den o. a. Lösungen noch offenen Größe  $\Pi_+$  müssen wir die Randbedingungen in die Gleichung einsetzen. So gilt für  $r = a$ :

$$v = v_a = \hat{\Pi}_+ \cdot \left( \frac{1}{\rho c a} + \frac{1}{i\omega \rho a^2} \right) \cdot e^{-ika+i\omega t} \Rightarrow \hat{\Pi}_+ = v_a \cdot \frac{i\omega \rho a^2}{1+ika} \cdot e^{ika} \quad (\text{II.7})$$

Um nun die effektive Abstrahlung des Monopolstrahlers im Fernfeld in Abhängigkeit von der vorgegebenen Schnelle  $v_a$  anzugeben, müssen wir zwei Fälle unterscheiden:

1.)  $ka = 2\pi a/\lambda \gg 1$ : Für diese Kurzwellennäherung, für die die geometrische Akustik als Näherung zutrifft, werden Wellenausbreitungseffekte, also insbesondere das Nahfeld vernachlässigbar, so daß gilt:

$$\hat{\Pi}_+ = \rho \cdot c \cdot a \cdot v_a \cdot e^{ika}, \quad p_a = \rho \cdot c \cdot v_a \quad (\text{II.8})$$

Das resultierende Feld ähnelt also dem einer ebenen Welle in einer Raumrichtung bzw. der eindimensionalen Lösung der Wellengleichung. Es handelt sich hier also um die einfachste Lösung, die beispielsweise bei einem Hochtonlautsprecher erst für sehr hohe Frequenzen (entsprechend sehr kleine Wellenlängen) erfüllt wird. Wesentlich häufiger tritt dagegen der folgende Fall auf:

2.)  $ka \ll 1$ : Für diese Langwellennäherung spielen Wellenphänome wie z. B. Beugung und die Blindleistung eine wesentlich größere Rolle. Als Lösung ergibt sich aus den o. a. Randbedingungen

$$\hat{\Pi}_+ = i \cdot \omega \cdot \rho \cdot a^2 \cdot v_a, \quad p_a = i \cdot \omega \cdot \rho \cdot a \cdot v_a \quad (\text{II.9})$$

An der Oberfläche der „atmenden Kugel“ sind Druck- und Schallschnelle daher um 90 Grad in der Phase verschoben. Außerhalb der Kugel errechnet sich für das Fernfeld der folgende Schalldruck:

$$p = \frac{1}{r} \cdot \hat{\Pi}_+ \cdot e^{-ikr+i\omega t} = i \cdot \omega \cdot \rho \cdot a^2 \cdot v_a \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \cdot e^{i\omega t} \quad (\text{II.10})$$

$$p(r) = \frac{i\omega\rho}{4\pi} \cdot q_a \frac{e^{-ikr}}{r}, \quad \text{wobei } q_a = 4\pi \cdot a^2 \cdot v_a \quad (\text{II.11})$$

Die Größe  $q_a$  beschreibt dabei den Schallfluß der „atmenden“ Kugel, d. h. die über die Kugeloberfläche integrierte Schnelle. Diese Beziehung gilt ganz allgemein für jeden Strahler, dessen Abmessungen klein gegen die

Wellenlänge sind, so daß diese Formel noch öfter im folgenden auftreten wird. Die zugehörige Schnelle errechnet sich wieder nach Gleichung (II.6).

Als Spezialfall der oben abgeleiteten Gesetzmäßigkeiten für den Monopolstrahler betrachten wir einen Kegelstrahler, d. h. einen Kegel mit dem Raumöffnungswinkel  $\Omega$ , der vor einem Schallsender angeordnet ist. Der Schalldruck des Kegelstrahlers ergibt sich aus Gleichung (II.11) für den allseitig abstrahlenden Punktstrahler, wenn anstelle des Raumwinkels  $4\pi$  (d. h. der gesamten Kugeloberfläche) der Raumwinkel  $\Omega$  eingesetzt wird.

$$p_{\text{Kegel}}(r) = \frac{i\omega\rho}{\Omega} \cdot q_a \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} \quad (\text{II.12})$$

Umgekehrt erscheint diese Beziehung plausibler, denn wenn in Gleichung (II.12) der Winkel  $\Omega$  durch  $4\pi$  ersetzt wird, ergibt sich die Abstrahlung des Punktstrahlers als Spezialfall für einen maximalen Raumöffnungswinkel  $\Omega$ . Als Verhältnisse der Schalldrücke, die bei gleichem ursprünglichen Schallfluß  $q_a$  einmal für einen Kugelstrahler und zum anderen für einen Kegelstrahler resultieren, ergibt sich:

$$\frac{p_{\text{Kegel}}}{p_{\text{Kugel}}} = \frac{4\pi}{\Omega} \quad (\text{II.13})$$

Das Verhältnis der abgestrahlten Schalleistung errechnet sich damit zu:

$$\frac{\text{Leistung}_{\text{Kegel}}}{\text{Leistung}_{\text{Kugel}}} = \frac{\text{Intensität}_{\text{Kegel}}}{\text{Intensität}_{\text{Kugel}}} \cdot \frac{\text{Fläche}_{\text{Kegel}}}{\text{Fläche}_{\text{Kugel}}} = \left(\frac{4\pi}{\Omega}\right)^2 \cdot \frac{\Omega}{4\pi} = \frac{4\pi}{\Omega} \quad (\text{II.14})$$

Bei vorgegebener Schnelle (bzw. vorgegebenen ursprünglichen Schallfluß  $q_a$ ) wird durch den Kegeltrichter eine um den Faktor  $4\pi/\Omega$  größere Leistung abgegeben als durch die kugelförmige Abstrahlung. Dies liegt daran, daß durch den vorgeschalteten Trichter eine bessere Anpassung der Quelle an das umgebende Medium möglich ist, d. h. weniger Blindleistung und dafür mehr Wirkleistung wird von demselben Schallsender abgestrahlt. Dieses Prinzip wird bei der „Flüstertüte“ benutzt, bei der ein Trichter vor der Schallquelle eine bessere Schallabstrahlung bewirkt.

### 2.1.2 Dipolstrahler (Strahler 1.Ordnung)

Nachdem der akustische Monopolstrahler die einfachste Form der Schallabstrahlung darstellt, ist die nächst einfachste Form der Schallausbreitung

der akustische Dipolstrahler (Strahler 1. Ordnung), der als eine Anordnung von zwei entgegengesetzt gleichen Monopolstrahlern entlang einer vorgegebenen Achse (der z-Achse) aufgefaßt werden kann:

$$q_1 = -q_2 = q \quad (\text{II.15})$$

Dabei soll jeweils nur die radiale Komponente des Schallflusses betrachtet werden, so daß nur der Betrag  $q_1$  bzw.  $q_2$  hier von Interesse ist. Die Schnelle errechnet sich nach dem Gesetz:

$$\underline{v} = -\frac{1}{i\omega\rho} \cdot \text{grad } p = \hat{v}_r \cdot \underline{e}_r + \hat{v}_\vartheta \cdot \underline{e}_\vartheta \quad (\text{II.16})$$

Wobei es eine radial gerichtete Schnelle und eine in Richtung des Elevationswinkels  $\vartheta$  gerichtete Schnelle-Komponente gibt. An einem vorgegebenen Ort mit dem Abstand  $r_1$  zur Schallquelle  $q_1$  und  $r_2$  zur Schallquelle  $q_2$  errechnet sich dann der Schalldruck zu (vgl. II.11):

$$p = \frac{i\omega\rho}{4\pi} \left( q_1 \frac{e^{-ikr_1}}{r_1} + q_2 \frac{e^{-ikr_2}}{r_2} \right) \quad (\text{II.17})$$

Für das Dipolfeld wird nun der Grenzübergang gemacht, so daß der Abstand der beiden Dipole  $2h \rightarrow 0$  geht, während das Dipolmoment  $2 \cdot h \cdot q = M$  konstant bleiben soll. Dieser Grenzübergang kann auch als Differentiation des gesamten Feldes nach der z-Richtung aufgefaßt werden, wie die folgenden Überlegungen zeigen:

$$p = \frac{i\omega\rho}{4\pi} \cdot M \cdot \lim_{2h \rightarrow 0} \left[ \frac{1}{2h} \left( \frac{e^{-ikr_1}}{r_1} - \frac{e^{-ikr_2}}{r_2} \right) \right] \quad (\text{II.18})$$

$$= \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{e^{-ikr}}{r} \right)$$

Für eine Variation entlang der z-Achse gilt dann die folgende Verbindung zur Variation entlang des Radius:

$$\begin{aligned}
 dz = \frac{dr}{\cos \vartheta} \Rightarrow p &= \frac{-i\omega\rho}{4\pi} \cdot M \cdot \cos \vartheta \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( \frac{e^{-ikr}}{r} \right) \\
 &= \frac{i\omega\rho}{4\pi} \cdot M \cdot \cos \vartheta \cdot \left( \underbrace{\frac{1}{r^2}}_{\text{Nahfeld}} + \underbrace{\frac{ik}{r}}_{\text{Fernfeld}} \right) \cdot e^{-ikr}
 \end{aligned} \tag{II.19}$$

Ähnlich wie beim Monopolstrahler tritt also auch hier wieder eine Nahfeld- und eine Fernfeldkomponente auf, die jeweils um 90 Grad phasenverschoben ist. Im Gegensatz zum Monopolstrahler tritt dieses Nah- bzw. Fernfeld schon beim Schalldruck und nicht erst bei der Schallschnelle auf. Die Richtcharakteristik des Dipolstrahlers weist die Form einer räumlich rotierenden Acht auf, für die gilt:

$$\frac{p(r, \vartheta)}{p(r, 0)} = |\cos \vartheta| \tag{II.20}$$

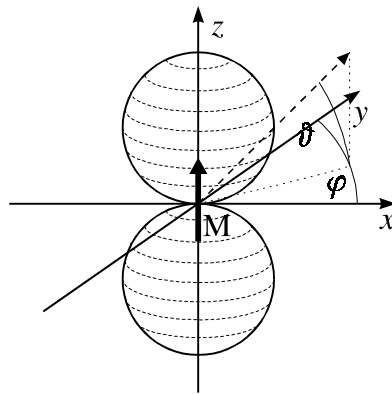


Abbildung 2.3: Richtcharakteristik des Dipolstrahlers

Als Schnelle in die radiale Richtung errechnet sich die Größe  $v_r$  zu:

$$\begin{aligned}
 v_r &= -\frac{1}{i\omega\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial r} = -\frac{M}{4\pi} \cdot \cos \vartheta \cdot \left( -\frac{2}{r^3} - \frac{2ik}{r^2} + \frac{k^2}{r} \right) \cdot e^{-ikr} \\
 &= v_r(r, 0) \cdot \cos \vartheta = \text{Schnelle einer mit } v_r(r, 0) \text{ oszillierenden Kugel}
 \end{aligned} \tag{II.21}$$

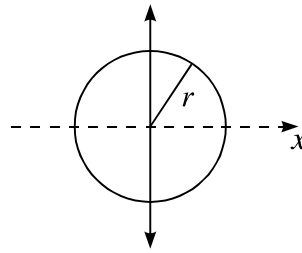


Abbildung 2.4: Längs der z-Achse oszillierende Kugel

Das Feld des Dipolstrahlers kann sich demnach vorgestellt werden, als das Feld von einer um den Nullpunkt in z-Richtung oszillierenden Kugel.

Für Kugeln mit kleinem Radius  $a \ll \lambda$ ,  $k \cdot a \ll 1$  (Langwellennäherung) gilt:

$$v_r(a,0) = \frac{M}{2\pi a^3} \equiv u_a \quad (\text{II.22})$$

oder

$$M = 2\pi a^3 u_a = \left( \underbrace{V_{\text{Körper}}}_{\frac{4}{3}\pi a^3} + \underbrace{V_{\text{Medium}}}_{\frac{2}{3}\pi a^3} \right) \cdot u_a \quad (\text{II.23})$$

$u_a$  bezeichnet dabei die Schnelle in z-Richtung an der Oberfläche der Kugel und  $M$  das Dipolmoment, so daß das Dipolmoment aufgefaßt werden kann als Produkt aus der „effektiv“ mitschwingenden Masse, die sich aus dem Volumen der Kugel und dem Volumen des im Nahfeldbereich mitschwingenden Mediums, und der Schnelle  $u_a$  berechnet. Im Fernfeld des akustischen Dipols entsteht dann folgender Schalldruck in der Langwellennäherung:

$$p_1 = -\frac{i\omega\rho}{4\pi} \cdot 2\pi a^3 u_a \cdot \cos\vartheta \cdot \frac{ik}{r} \cdot e^{-ikr} = -\frac{\rho \cdot c \cdot (ka)^2}{2} \cdot u_a \cdot \cos\vartheta \cdot \frac{a}{r} e^{-ikr} \quad (\text{II.24})$$

Falls dieselbe Dipolquelle in eine Schallwand mit einer unendlichen Ausdehnung eingebaut wird (d. h. für den Fall des Lautsprechers), so daß der akustische Kurzschluß zwischen Vorder- und Rückwand des Lautsprechers durch den Einbau in eine unendlich ausgedehnte Schallwand aufgehoben wird, so wirkt sie auf die Halbräume zu beiden Seiten als Monopolstrahler mit jeweils dem halben Fluß einer „atmenden“ Vollkugel:



$$\underline{q}_a = \pi a^2 \cdot \underline{u}_a. \quad (11.25)$$

Dabei beschreibt der Ausdruck  $\pi a^2$  die Fläche (Kreisfläche in z-Richtung) auf der die Schnelle  $\underline{u}_a$  anliegt.

Im Fernfeld wird dann der folgende Schalldruck erzeugt:

$$p_0 = \frac{i\omega\rho}{2\pi} \cdot \underline{q}_a \cdot \frac{e^{-ikr}}{r} = \frac{i\rho \cdot c \cdot ka}{2} \cdot \underline{u}_a \cdot \frac{a}{r} e^{-ikr} \quad (11.26)$$

$$\frac{p_1}{p_0} = ika \cdot \cos \vartheta \sim \omega \quad (11.27)$$

Für den Fall des Lautsprechers bewirkt also der akustische Kurzschluß eine schlechtere Schallabstrahlung als beim Einbau desselben Lautsprechers in eine Schallwand. Dieser Unterschied des Schalldrucks im Fernfeld wird allerdings mit zunehmender Frequenz (kleinerer Wellenlänge) kleiner, da die Schallausbreitung sich immer mehr der geometrischen Akustik nähert, für die der akustische Kurzschluß nicht zu berücksichtigen ist. Demnach wirkt ein akustischer Kurzschluß wie ein Hochpaßfilter bei der Schallabstrahlung.

### II.1.3 Punktstrahler-Synthese

Die nächste Näherung an eine beliebige Verteilung von Schallquellen im Raum ist nach dem Monopol- und Dipolstrahler die Punktstrahler-Synthese, bei der sich eine schallabstrahlende Fläche bzw. ein schallabstrahlendes Volumen zusammengesetzt gedacht wird aus einer Reihe von Punktstrahlern. Dieses Vorgehen ist äquivalent zu dem Huygensschen Prinzip in der Wellenoptik, so daß ähnliche Gesetzmäßigkeiten wie in der kohärenten Optik zu erwarten sind. Weiterhin ist diese Punktstrahlersynthese besonders in dem Wellenlängen-Bereich anzuwenden, in dem die Abmessungen der Schallquellen-Anordnung ungefähr dieselbe Größenordnung wie die Schallwellenlänge hat, dabei kann bei größeren Wellenlängen die gesamte Schallquellenanordnung als Monopol- oder Dipolstrahler angenähert werden kann, während bei kleineren Wellenlängen die geometrische Akustik anzuwenden ist. Wir betrachten also eine beliebige Strahleranordnung in einem Halbraum, wobei der Ort  $\underline{r}_i$  des Strahlers  $i$  die folgenden Koordinaten aufweist:

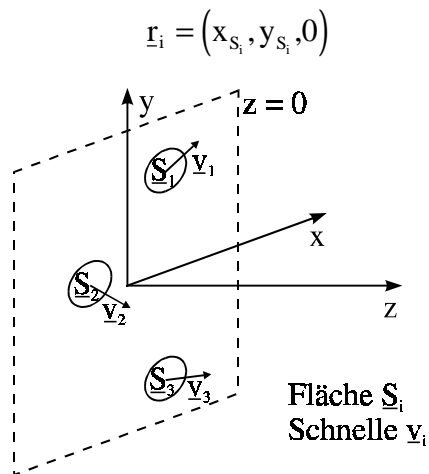


Abbildung 2.5: Aus mehreren Teilflächen  $S_i$  mit unterschiedlichen Schnellen  $\underline{v}_i$  zusammengesetzter Schallstrahler

Der Schalldruck im Fernfeld kann also aus den jeweiligen Beiträgen der einzelnen Strahler zusammengesetzt werden:

$$p(\underline{r}) = \frac{i\omega\rho}{2\pi} \sum \underline{v}_i \cdot S_i \cdot \frac{e^{-ik|\underline{r}-\underline{r}_i|}}{|\underline{r}-\underline{r}_i|} \quad (\text{II.28})$$

Hierbei wurde zugrundegelegt, daß die Strahler jeweils nur in einen Halbraum strahlen, so daß der Faktor  $2\pi$  (anstelle von  $4\pi$  beim Monopolstrahler) eingesetzt wurde. Wenn wir eine kontinuierliche Flächenbelegung mit differentiellen Sendern  $\underline{v}dS$  im Grenzfall annehmen, geht die obige Summe über in ein Flächenintegral, das bereits von Lord Rayleigh angegeben wurde:

$$p(\underline{v}) = \frac{i\omega\rho}{2\pi} \int_S \underline{v}(x_s, y_s) \cdot \frac{e^{-ikR}}{R} dS \quad \text{mit } R = \left( (x-x_s)^2 + (y-y_s)^2 + z^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (\text{II.29})$$

In diesem Integral dürfen wir Näherungen für den Fall anwenden, daß wir uns im Fernfeld befinden und der Abstand  $r$  sehr viel größer ist als die Koordinaten der Schallquellen, also  $R \gg x_s, y_s$ :

$$\begin{aligned} R &= R \Big|_{x_s=y_s=0} + \frac{\partial R}{\partial x_s} \Big|_{x_s=y_s=0} \cdot x_s + \frac{\partial R}{\partial y_s} \Big|_{x_s=y_s=0} \cdot y_s \\ &= R_0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2x}{R_0} (-x_s) - \frac{y}{R_0} \cdot y_s = R_0 - \frac{x}{R_0} \cdot x_s - \frac{y}{R_0} \cdot y_s \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

Diese Näherung für  $R$  ist insbesondere für den Phasenfaktor  $e^{-ikR}$  anzuwenden, da kleine Änderungen von  $R$  aufgrund der Periodizität dieses Faktors eine große Änderung des Integranden (z. B. Änderung des Vorzeichens) bewirken. Das  $R$  im Nenner des Integranden kann dagegen einfach durch  $R_0$  approximiert werden, weil dort kleine Änderungen von  $R$  einen nur vernachlässigbaren Einfluß haben. Aufgrund dieser Überlegungen resultiert die sogenannte Fraunhofer-Näherung des Beugungs-Integrals:

$$p(\underline{y}) = \frac{i\omega\rho}{2\pi} \cdot \frac{e^{-ikR_0}}{R_0} \cdot \underbrace{\int \underline{v}(x_s, y_s) \cdot e^{ik\left(\frac{x}{R_0}x_s + \frac{y}{R_0}y_s\right)} dx_s dy_s}_{\text{2-dimensionale Fourier-Transformation von } \underline{v}(x_s, y_s)} \quad (\text{II.31})$$

Das hier auftretende Integral stellt nichts anderes als die zweidimensionale Fouriertransformation der Strahlungssender-Verteilung  $\underline{v}(x_s, y_s)$  dar. Ebenso wie sich das Beugungsbild in der kohärenten Optik aus der Fouriertransformierten des beugenden Objekts berechnet, berechnet sich also das Fernfeld einer beliebigen zwei-dimensionalen Strahlerverteilung aus der Fouriertransformation der Anordnung dieser Strahler

$$\underline{v}_s(x_s, y_s) \leftrightarrow \Gamma(k \cdot v_x, k \cdot v_y), \quad (\text{II.32})$$

mit  $v_x, v_y$ : „Raumfrequenzen“  $\hat{=}$  Winkeln  $\frac{x}{R_0}, \frac{y}{R_0}$

Die hier in Analogie zur Fourier-Beziehung zwischen dem Zeitbereich und dem Frequenzbereich als „Raumfrequenzen“ auftretenden Variablen  $v_x, v_y$  können dabei als Auslenkungswinkel von der akustischen (bzw. „optischen“) Achse  $x/R_0, y/R_0$  aufgefaßt werden. Je kleiner also das beugende Objekt bzw. die Schallsenderanordnung, desto größer sind die Beugungseffekte und bei desto größeren Ablenkungswinkeln (Raumfrequenzen) treten noch Anteile des Beugungsbildes auf. Diese Beziehung zwischen beugendem Objekt und Beugungsbild wird in Analogie zur Fourier-Optik als **Fourier-Akustik** bezeichnet. Sie erlaubt es, mit den bereits sehr gut entwickelten Methoden der (kohärenten) Fourier-Optik die Phänomene bei der Schallausbreitung gut und relativ einfach mathematisch handhabbar zu beschreiben.

Als Beispiel betrachten wir die Konstruktion einer Lautsprecherzeile, d. h. einer vertikalen Anordnung von Lautsprechern, die eine vorgegebene Schnelle  $v_0$  jeweils erzeugen. Der Schalldruck, der im Abstand  $r_0$  bei einem Winkel von  $\varphi$  und einer Elevation  $\vartheta$  auftritt, nimmt dann, aufgrund der

an den rechteckförmigen (spaltförmigen) Brandungen der Lautsprecher in Ordnung auftretenden Beugungseffekte, folgende Werte an

$$\begin{aligned} \underline{P}(R_0, \vartheta, \varphi) &= \frac{i\omega\rho}{2\pi} \cdot B \cdot H \cdot v_0 \cdot \frac{e^{-ikR_0}}{R_0} \cdot \Gamma(\omega, \vartheta, \varphi) \\ &= P(R_0, 0, 0) \cdot \frac{\sin\left(\frac{kH}{2} \cdot \sin \vartheta\right)}{\frac{kH}{2} \cdot \sin \vartheta} \cdot \frac{\sin\left(\frac{kB}{2} \cdot \sin \varphi\right)}{\frac{kB}{2} \cdot \sin \varphi} \end{aligned} \quad (II.33)$$

In horizontaler Richtung tritt also eine Beugung an einem relativ schmalen Objekt mit einer breiten Richtwirkung auf, während in vertikaler Richtung die größere Abmessung der Lautsprecherbox zu einer geringeren Beugung und damit zu einer stärkeren Richtwirkung führt, so daß weniger Energie von der Lautsprecherzeile auf den Fußboden und an die Decke des Raumes gestrahlt wird.

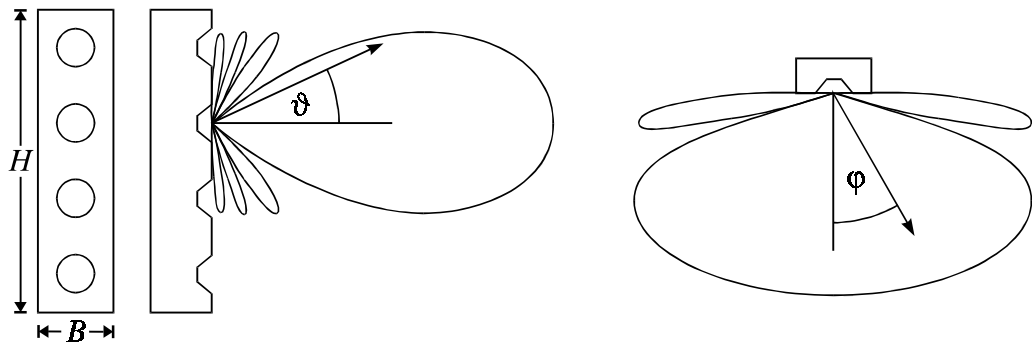


Abbildung 2.6: Abstrahlcharakteristik einer Lautsprecherzeile in der Horizontal- und Vertikalrichtung

## II.2 Ausbreitung von Schall

Nachdem wir zunächst die verschiedenen Erzeugungsformen von Schall behandelt haben, soll im folgenden die Ausbreitung von Schall behandelt werden. Dabei ist zwischen einer Ausbreitung des Schalls in vorgegebenen Strukturen (geführte Schallwellen, z. B. im Rohr oder in einem Schalltrichter) und der freien Ausbreitung vom Schall im unbegrenzten Medium zu unterscheiden.

### II.2.1 Geführte Schallwellen

#### II.2.1 a) Kundt'sches Rohr

Der Prototyp der Wellenausbreitung in einem Schallwellenleiter (in diesem Fall: Rohr) stellt das Kundt'sche Rohr da, mit dem sich beispielsweise in

der technischen Akustik die Eigenschaften von akustischen Absorbermaterialien ausmessen lassen. Dabei wird vor der einen Seite einer Röhre ein Schallsender (Lautsprecher) mit einer vorgegebenen Schnelle  $\underline{v}_0$  angebracht und in dem gegenüberliegenden Ende ( $x = l$ ) ein Absorber.

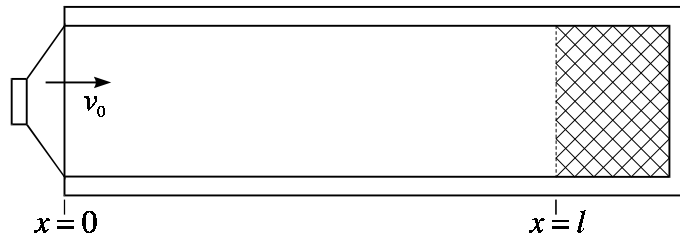


Abbildung 2.7: Geführte Schallausbreitung im Kundt'schen Rohr

Um die Gleichung für die Wellenausbreitung in dem Rohr abzuleiten, greifen wir wiederum auf die Euler-Gleichung (Gleichgewicht der Kräfte), die Kontinuitäts-Gleichung und die Kompressibilitätsbeziehung zurück, die wir bereits in Kapitel I.3 kennengelernt haben.

$$-\frac{dp}{dx} = \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = i \cdot \omega \cdot \rho \cdot v \quad (\text{II.34})$$

$$-\frac{dv}{dx} = \frac{1}{\rho \cdot c^2} \cdot \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{i \cdot \omega}{\rho \cdot c^2} \cdot p \quad (\text{II.35})$$

$$\Rightarrow \frac{d^2 p}{dx^2} = -\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \cdot p = -k^2 \cdot p \quad (\text{II.36})$$

Eindimensionale Wellengleichung

Hierbei wurde bereits vorausgesetzt, daß es sich bei dem Schalldruck um eine periodisch mit der Zeit ändernde Größe mit der Kreisfrequenz  $\omega$  handelt. Als Lösungsansatz für die eindimensionale Wellengleichung kommen zwei entgegengerichtete Wellen in Frage, wobei die allgemeine Lösung eine Linearkombination dieser beiden Teillösungen darstellt:

$$p(x) = \tilde{p}_+ \cdot e^{-ikx} + \tilde{p}_- \cdot e^{+ikx} \quad (\text{II.37})$$

Aufgrund der Tatsache, daß bei  $x = l$  Absorption stattfindet, wird die Amplitude der rücklaufenden Welle  $\tilde{p}_-$  vom Betrag her kleiner sein als die Amplitude der hinlaufenden Welle  $\tilde{p}_+$ .

Als (komplexen) Reflexionsfaktor  $\underline{r}$  definieren wir nun das Verhältnis aus reflektierter Schallwelle und einschallender Schallwelle, also:

$$\underline{r} = \frac{\tilde{p}_- \cdot e^{ikl}}{\tilde{p}_+ \cdot e^{-ikl}} = r \cdot e^{-i\gamma}, \text{ mit } \gamma: \text{Phasensprung am Absorber} \quad (\text{II.38})$$

Es ergibt sich damit eine Druckverteilung im Rohr wie folgt:

$$p(x) = \tilde{p}_+ \cdot e^{-ikx} \left( 1 + r \cdot e^{i(\gamma - 2k(1-x))} \right) \quad (\text{II.39})$$

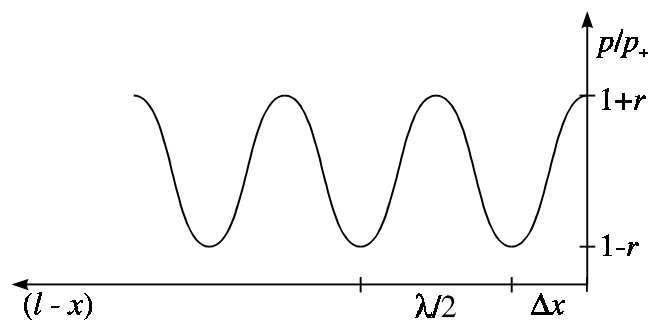


Abbildung 2.8: Druckverteilung im stehenden Wellenfeld

Es bildet sich also ein stehendes Wellenfeld aus, das maximale Druckwerte mit den Werten  $\frac{p_{\max}}{\tilde{p}_+} = 1 + r$  und minimale Druckwerte mit den Werten

$\frac{p_{\min}}{\tilde{p}_+} = 1 - r$  aufweist. Das Verhältnis aus minimalem und maximalem

Schalldruck wird damit als **Stehwellenverhältnis** bezeichnet und berechnet sich zu:

$$\frac{p_{\min}}{p_{\max}} = \frac{1-r}{1+r} \Rightarrow r = \frac{1 - \frac{p_{\min}}{p_{\max}}}{1 + \frac{p_{\min}}{p_{\max}}} \quad (\text{II.40})$$

Damit kann der Betrag des Reflexionsfaktors aus dem Verhältnis zwischen maximalem und minimalem Schalldruck gemessen werden. Das Betragsquadrat des Reflexionsfaktors, der sogenannte Reflexionsgrad  $r^2$  beschreibt dann das Verhältnis aus reflektierter zu einfallender Intensität, während der Absorptionsgrad  $\alpha = 1 - r^2$  gerade den Teil der Schallintensität beschreibt, der vom Absorber im Kundt'schen Rohr absorbiert wird. Neben dem Betrag des Reflexionsfaktors lässt sich auch die Phase des

Reflexionsfaktors aus der Bedingung messen, so daß die Minima in dem o. a. Stehwellenfeld sich für die Bedingung ergeben, daß

$$\gamma - 2k \cdot (1 - x) = -(2n + 1) \cdot \pi \quad (\text{II.41})$$

Das erste Minimum liegt demnach bei

$$\Delta x = \frac{\lambda}{4} \cdot \left(1 + \frac{\gamma}{\pi}\right) \quad (\text{II.42})$$

Eine vollständige Bestimmung des (komplexen) Reflexionsfaktors mit dem Kundt'schen Rohr erfordert daher die Bestimmung des Verhältnisses aus minimalem und maximalem Schalldruck im Rohr sowie eine Bestimmung der Minima-Verschiebung, die durch den jeweiligen Reflektor hervorgerufen wird.

Das Kundt'sche Rohr kann ebenfalls als Prototyp eines akustischen Resonators (Helmholz-Resonator) aufgefaßt werden. Um die Abhängigkeit der Resonanz im Rohr vom Absorbtionsgrad bzw. vom Reflexionsfaktor  $r$  und von der Frequenz  $\omega$  auszurechnen, betrachten wir die Schnelle im Rohr:

$$v(x) = -\frac{1}{i\omega\rho} \cdot \frac{dp}{dx} = \frac{1}{\rho c} \cdot \tilde{p}_+ \cdot e^{-ikx} \cdot (1 - r \cdot e^{i(\gamma - 2k(1-x))}) \quad (\text{II.43})$$

Für den Rohranfang (d. h.  $x = 0$ ) ergibt sich damit:

$$v_0 = \frac{p_+}{\rho \cdot c} \cdot (1 - r \cdot e^{i(\gamma - 2kl)}) \quad (\text{II.44})$$

Die Amplitude der in  $+x$ -Richtung laufenden Welle errechnet sich dann zu:

$$p_+ = \frac{v_0 \cdot \rho \cdot c}{1 - r \cdot e^{i(\gamma - 2kl)}} \quad \text{maximal für } \underbrace{\gamma - 2kl = -2n \cdot \pi}_{\substack{\text{Gleichphasigkeit zwischen Laut-} \\ \text{sprecher (x=0) und 1 x reflek-} \\ \text{tierter und rücklaufender Welle}}} \quad (\text{II.45})$$

Diese Größe wird maximal, wenn die einmal bei  $x = l$  mit dem Reflexionsfaktor  $r$  reflektierte Welle beim Wiedereintreffen bei  $x = 0$  dieselbe Pha-

senlage aufweist wie die vom Lautsprecher gerade abgestrahlte Welle. Für diesen Fall tritt die Bedingung auf:

$$\omega_{\max} = \frac{c}{l} \cdot \left( \frac{\gamma}{2} + n\pi \right) \quad (\text{II.46})$$

Um nun die Abhängigkeit der Resonanz von kleinen Frequenzänderungen zu untersuchen, führen wir kleine Frequenzänderungen  $\Delta\omega$  ein mit

$$2kl = 2 \frac{\omega_{\max}}{c} \cdot l + \frac{2l}{c} \cdot \Delta\omega \quad (\text{II.47})$$

$$\Rightarrow p_+ = \frac{v_0 \cdot \rho \cdot c}{1 - r \cdot \underbrace{e^{i(-2n\pi + \frac{2l}{c} \cdot \Delta\omega)}}_{\sim 1 - i \frac{2l}{c} \cdot \Delta\omega}} \quad (\text{II.48})$$

$$\Rightarrow \frac{p_+}{p_{+\max}} = \frac{1-r}{1-r + ir \cdot \frac{2l}{c} \cdot \Delta\omega} = \frac{1}{1 + i \frac{r}{1-r} \cdot \frac{2l}{c} \cdot \Delta\omega} \approx \frac{1}{1 + i \underbrace{\frac{2l}{(1-r)c}}_{\substack{\triangleq \text{Zeit, in der der} \\ \text{Schall durch Re-} \\ \text{flexion auf } 1/e \text{ ab-} \\ \text{geschwächt wird}}} \cdot \Delta\omega} \quad (\text{II.49})$$

Der Vorfaktor von  $\Delta\omega$  in (II.49) ist als charakteristische Zeitkonstante des Rohres (Abfall der Schallenergie auf  $1/e$  des ursprünglichen Werts) zu interpretieren, da mit dieser Gleichung die Frequenzabhängigkeit eines Resonators üblicherweise beschrieben wird. Der errechnete Wert  $2l(1-r)^{-1}c^{-1}$  ist plausibel, weil sich diese Zeit aus dem Weg errechnet, den die Schallwellen in dieser Zeit zurücklegt haben, geteilt durch die Schallausbreitungsgeschwindigkeit  $c$ . Dieser Quotient aus Weg/ $c$  entspricht gerade  $2l/\ln(r)$ , wobei  $\ln(r)$  approximiert werden kann durch  $-(1-r)$ .

### II.2.1 b) Veränderlicher Querschnitt des Rohres

Wir betrachten nun den Fall einer Querschnittsänderung des Rohres von einem Querschnitt  $S_1$  auf einem Querschnitt  $S_2$  am Ort  $x = 0$ . Der sich in  $x$ -Richtung ausbreitende Schall wird an diesem Übergang zum Teil reflektiert und zum Teil weitergeleitet. Um die dabei auftretenden Reflexionen ausrechnen zu können, gehen wir zunächst davon aus, daß die Schalldrücke beim Punkt  $x = 0$  gleich sind, d. h.  $p_1 = p_2$ . Im Gegensatz zu den Schalldrücken addieren sich die Schallschnellen nicht als skalare



Größe, sondern als vektorielle Größe. Beim Übergang werden jedoch nicht die Schallschnellen vektoriell addiert, sondern die Schallflüsse  $q_1 = S_1 \cdot v_1$  und der Schallfluß  $q_2 = S_2 \cdot v_2$ , deren Summe gerade gleich 0 sein muß. Diese Gleichheit des einlaufenden und auslaufenden Schallflusses folgt aus der Kontinuitätsgleichung

$$\operatorname{div}(\rho \cdot \underline{v}) = -\frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial}{\partial t} p \quad (\text{Kontinuitätsgleichung II}) \quad (\text{II.50})$$

Wenn man diese Gleichung in Integralschreibweise auf ein dosenförmiges Gebiet bei  $x = 0$  anwendet (der Deckel der Dose sei bei  $x \leq 0$  und der „Boden“ der Dose bei  $x > 0$ ), so folgt:

$$\oiint \rho \cdot \underline{v} d\underline{S} = -\frac{1}{c^2} \iiint \frac{\partial}{\partial t} p dV \quad (\text{II.51})$$

Unter der Annahme, daß die Schnellen  $v_1$  bzw.  $v_2$  über den gesamten Querschnitt konstant sind, folgt aus (II.51) für eine gegen 0 gehende Dicke der Dose:

$$\rho \cdot (S_1 \cdot v_1 - S_2 \cdot v_2) = \iiint \frac{\partial}{\partial t} p dV \rightarrow 0, \quad \text{für } V \rightarrow 0 \quad (\text{II.52})$$

Da wir nun gesehen haben, daß die Schallflüsse eine wesentliche Rolle für die Berechnung der Reflexion an der Rohr-Verengung spielen, können wir die einlaufende Welle auch durch ihre Flußamplitude  $q_1^+$  charakterisieren, so daß für die einfallende Welle gilt:

$$p_1^+ \cdot e^{-ikx} = \frac{\rho \cdot c}{S_1} \cdot q_1^+ \cdot e^{-ikx} \quad (\text{II.53})$$

Für die reflektierte Welle nehmen wir an, daß der Schalldruck  $p_1^-$  sich aus dem Reflexionsfaktor  $r$  und dem Schalldruck der einlaufenden Welle berechnet zu:

$$p_1^- = r \cdot p_1^+$$

$$p_1^- \cdot e^{ikx} = -\frac{\rho \cdot c}{S_1} \cdot q_1^- \cdot e^{ikx} \quad (\text{II.54})$$

Die transmittierte Welle hat dann die Form

$$p_2^+ \cdot e^{-ikx} = \frac{\rho \cdot c}{S_2} \cdot q_2^+ \cdot e^{-ikx} \quad (\text{II.55})$$

Aus den beiden o. a. Randbedingungen (Gleichheit der Flüsse und der Schalldrücke) folgt dann:

$$q_1 = q_2: \frac{S_1}{\rho \cdot c} (p_1^+ - p_1^-) = \frac{S_2}{\rho \cdot c} \cdot p_2^+ \quad (\text{II.56})$$

$$p_1 = p_2: p_1^+ + p_1^- = p_2^+$$

$$\Rightarrow \frac{p_1^+ - p_1^-}{p_1^+ + p_1^-} = \frac{1-r}{1+r} = \frac{S_2}{S_1}, \text{ mit } r = \frac{S_1 - S_2}{S_1 + S_2} \quad (\text{II.57})$$

Als Absorptionsgrad wird nun der relative Anteil der einfallenden Energie bezeichnet, die nicht reflektiert wird und somit (durch die Weiterleitung der Schallwelle) absorbiert wird. Da diese Energie eine quadratische Größe ist, errechnet sich der Absorptionsgrad  $\alpha$  zu:

$$\alpha = 1 - r^2 = \frac{4 \cdot S_1 \cdot S_2}{(S_1 + S_2)^2} \quad (\text{II.58})$$

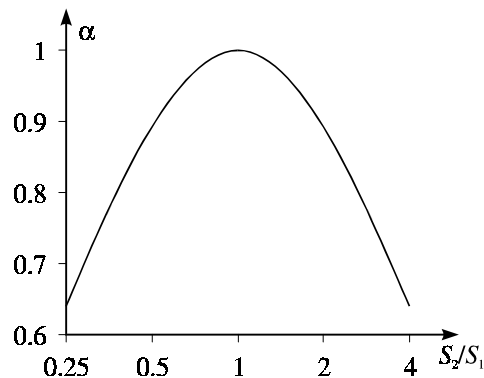


Abbildung 2.9: Absorptionsgrad  $\alpha$  an einer Grenze zwischen den Flächen  $S_1$  und  $S_2$

Dabei ist Schallabsorption maximal, wenn keine Änderung in der Querschnittsfläche auftritt (ideale Weiterleitung des Schalls), wobei der Absorptionsgrad bei relativ kleinen Veränderungen des Verhältnisses  $S_2/S_1$  nur relativ langsam abnimmt. Aufgrund dieses Zusammenhangs ist eine Änderung des Rohrquerschnitts (z. B. in Klima- oder Lüftungsanlagen) ein relativ untaugliches Mittel, um die Schallausbreitung in Rohren zu verhin-

dem. Selbst bei extremen Querschnittsänderungen ist die durchgelassene Schallenergie noch relativ hoch, so daß z. B. ein relativ kleiner Türspalt schon fast den gesamten Schall von der einen Seite der Tür auf die andere Seite der Tür passieren läßt.

### II.2.1 c) Kontinuierliche Querschnittsänderung

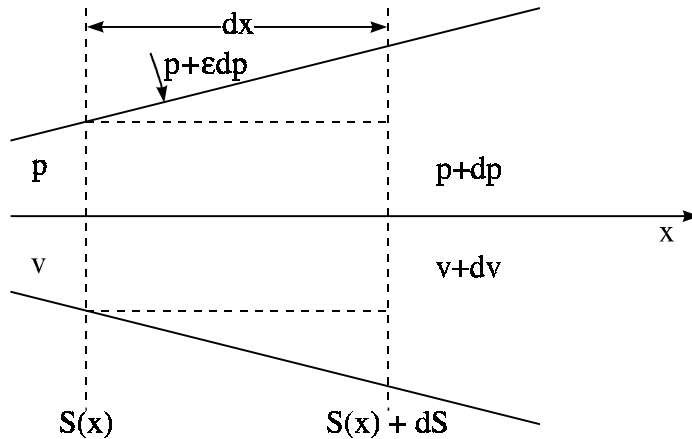


Abbildung 2.10: Schallausbreitung in einem differentiellen Rohrstück mit ortsabhängigem Querschnitt

Wir betrachten nun den Fall, daß sich der Rohrquerschnitt als Funktionen des Ortes verändert, wobei die Funktion  $S(x)$  zugrundegelegt wird. Um auf die entsprechende Form der Eulerschen Gleichung zu gelangen, werden zunächst alle auf das Volumenelement einwirkende Kräfte aufaddiert:

$$p \cdot S - (p + dp) \cdot (S + dS) + \overbrace{(p + \varepsilon \cdot dp) dS}^{\text{Druck d. Mantelfläche}} \quad (\text{II.59})$$

Die Kraft auf das Volumenelement in x-Richtung berechnet sich also zu:

$$\underbrace{\rho \cdot S \cdot dx}_{\text{Masse}} \cdot \underbrace{\frac{dv}{dt}}_{\text{Beschleunigung}} \quad (\text{II.60})$$

$$\Rightarrow -S \cdot \frac{dp}{dx} = \rho \cdot S \cdot \frac{dv}{dt} \quad (\text{II.61})$$

Die Kontinuitätsgleichung, die für die Herleitung der passenden Wellengleichung notwendig ist, berechnet sich in diesem Fall zu:

$$\rho \cdot (v \cdot S - (S + dS)(v + dv)) = -\frac{d}{dt} \rho S dx \quad (\text{II.62})$$

$$\Rightarrow \rho \cdot \underbrace{\left( v \cdot \frac{dS}{dx} + \frac{dv}{dx} S \right)}_{\frac{d(v \cdot S)}{dx} = \frac{dq}{dx}} = -\frac{S}{c^2} \cdot \frac{dp}{dt} \quad (\text{II.63})$$

mit  $q=v \cdot S$  : Schallfluß

Aus der räumlichen Ableitung von Gleichung (II.61) bzw. der zeitlichen Ableitung von Gleichung (II.63) ergibt sich dann:

$$\frac{d}{dx} (\text{II.61}): -\frac{dS}{dx} \cdot \frac{dp}{dx} - S \frac{d^2 p}{dx^2} = \rho \cdot \frac{dS}{dx} \cdot \frac{dv}{dt} + \rho \cdot S \cdot \frac{d^2 v}{dx dt} \quad (\text{II.64})$$

$$\frac{d}{dt} (\text{II.63}): \rho \cdot \frac{dv}{dt} \cdot \frac{dS}{dx} + \rho \cdot S \cdot \frac{d^2 v}{dx dt} = -\frac{S}{c^2} \cdot \frac{d^2 p}{dt^2} \quad (\text{II.65})$$

Insgesamt ergibt sich dann:

$$S \cdot \frac{d^2 p}{dx^2} + \frac{dS}{dx} \cdot \frac{dp}{dx} - \frac{S}{c^2} \cdot \frac{d^2 p}{dt^2} = 0 \quad (\text{II.66})$$

Dieses ist die sogenannte **Trichtergleichung** (auch als Webster'sche Hornleichung bekannt), die die Wellenausbreitung in einem sich als Funktion von  $x$  veränderlichem Hohlleiter beschreibt. Für den Fall eines konstanten Querschnitts  $\left( \frac{dS}{dx} = 0 \right)$  geht diese Trichtergleichung in die

Wellengleichung (2.35) für das Rohr über. Es muß jedoch festgehalten werden, daß diese Gleichung für den Schalldruck  $p$  eine andere Form hat, als eine vergleichbare Gleichung für die Schallschnelle  $v$ . Im Gegensatz zur eindimensionalen Wellengleichung ergeben sich damit unterschiedliche Lösungen für den Schalldruck  $p$  und die Schnelle  $v$  als Funktion des Ortes.

### II.2.1 d) Exponentialtrichter

Als Spezialfall einer kontinuierlichen Querschnittsänderung betrachten wir den Exponentialtrichter, für den der Durchmesser und die Fläche exponentiell mit der Ortskoordinate  $x$  ansteigt:

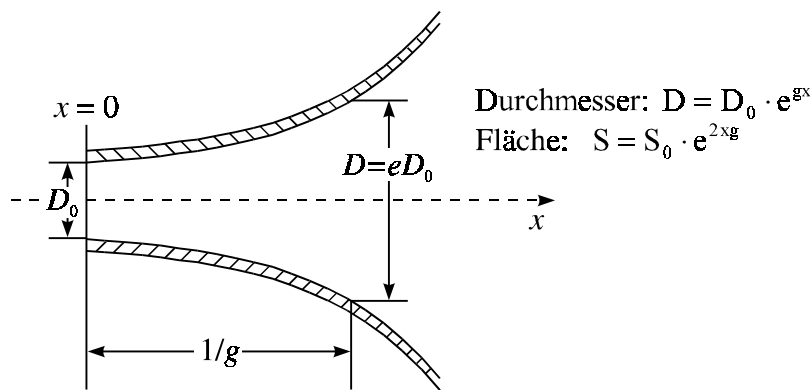


Abbildung 2.11: Wellenausbreitung in Exponentialtrichter

Die exponentielle Querschnittsänderung bedeutet, daß die differentielle relative Querschnittsänderung

$$\frac{dS}{dx} = 2 \cdot g \cdot S \quad (\text{II.67})$$

längs des Trichters konstant ist.

$$\Rightarrow \frac{d^2 p}{dx^2} + 2 \cdot g \cdot \frac{dp}{dx} - \frac{1}{c^2} \cdot \frac{d^2 p}{dt^2} = 0 \quad (\text{II.68})$$

Mit dem Ansatz  $p = p_0 \cdot e^{i\omega t} \cdot e^{\gamma x}$ , d. h. eines sinusförmigen zeitlichen Schalldruckverlaufs, dessen Amplitude vom Ort abhängig ist, ergibt sich für  $\gamma$  und  $\omega$  die folgende „charakteristische Gleichung“ zweiten Grades:

$$-\gamma^2 + 2 \cdot g \cdot \gamma + \frac{\omega^2}{c^2} = 0 \quad (\text{II.69})$$

mit den beiden Lösungen:

$$\begin{aligned} \gamma_{1/2} &= -g \pm \sqrt{g^2 - k_0^2}, & \text{für } g > k_0 = \frac{\omega}{c} \\ &= -g \pm i\sqrt{k_0^2 - g^2}, & \text{für } g < k_0 = \frac{\omega}{c} \end{aligned} \quad (\text{II.70})$$

Für den 1. Fall ( $\omega \leq \omega_g = g \cdot c$ , wobei  $\omega_g$  die Grenzfrequenz bezeichnet) ist keine Ausbreitung als fortschreitende Welle möglich, es tritt eine soge-

nannte **Blinddämpfung** auf und das Schallfeld fällt exponentiell zu  $\sim e^{-|\gamma|x}$  ab.

Im zweiten Fall ( $\omega > \omega_g$ ) ist dagegen eine Schallabstrahlung möglich, so daß sich die Gesamtlösung als Linear-Kombination von beiden Teillösungen ergibt:

$$p = \left[ \hat{p}_+ \cdot e^{\left( \frac{-g - i\sqrt{k_0^2 - g^2}}{k} \right) \cdot x} + \hat{p}_- \cdot e^{\left( \frac{-g + i\sqrt{k_0^2 - g^2}}{k} \right) \cdot x} \right] \cdot e^{i\omega t} \quad (II.71)$$

Am Ende ist die reflektierte Welle vernachlässigbar, da die Reflexion gering ist.

Der zweite Term beschreibt dabei die in negative x-Richtung laufende, am Ende des Trichters reflektierte Schallwelle. Wenn wir davon ausgehen, daß die Reflexion an der Trichteröffnung vernachlässigbar ist, können wir diesen zweiten Term vernachlässigen.

Als Phasengeschwindigkeit ergibt sich für die Schallausbreitung der Welle oberhalb der Grenzfrequenz des Exponentialtrichters:

$$c_p = \frac{\omega}{k} = \frac{\omega}{\sqrt{k_0^2 - g^2}} = \frac{c}{\sqrt{1 - \left( \frac{\omega_g}{\omega} \right)^2}} \sim f(\omega) \quad (II.72)$$

und als Gruppengeschwindigkeit der Wert:

$$c_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{d\left( \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - g^2} \right)} = \frac{2 \cdot \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - g^2}}{2\omega / c^2} = c \cdot \sqrt{1 - \left( \frac{\omega_g}{\omega} \right)^2} \quad (II.73)$$

Sowohl die Phasen- als auch die Gruppengeschwindigkeit hängen damit von der jeweiligen Kreisfrequenz  $\omega$  ab. Dieses bezeichnet man als **Dispersion**. Für Frequenzen dicht oberhalb der Grenzfrequenz geht die Phasengeschwindigkeit gegen unendlich (Übergang in die Blinddämpfung), während die Gruppengeschwindigkeit gegen 0 geht und das Produkt aus Phasen- und Gruppengeschwindigkeit konstant ist. Die Dispersion führt damit zu einer unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeit von ver-

schiedenen Wellenlängen im Exponentialtrichter und kann beispielsweise zur Pulskompression verwendet werden: Wenn ein akustisches Signal am Eingang des Exponentialtrichters sich über einen bestimmten Zeitbereich erstreckt, so kann bei geeigneter Form dieses Eingangssignals die Dispersion dazu führen, daß am Ausgang des Exponentialtrichters das Zeitsignal auf einen wesentlich kürzeren Bereich konzentriert ist, so daß akustische Stoßwellen auftreten.

Um nun errechnen zu können, welche Schalleistung von einem Exponentialtrichter bei welcher Frequenz abgestrahlt werden kann, betrachten wir zunächst die Schnelle als Funktion des Ortes:

$$v_+(x) = -\frac{1}{i\omega\rho} \cdot \frac{dp_+}{dx} = \frac{g + i\sqrt{k_0^2 - g^2}}{i\omega\rho} \cdot p_+ \quad (\text{II.74})$$

Als Wellenwiderstand, (d. h. als Verhältnis aus Schalldruck und Schallschnelle) für jeden Ort  $x$  im Exponentialtrichter ergibt sich zusammen mit (II.71) damit:

$$Z = \frac{p_+}{v_+} = \frac{i\omega\rho}{g + i\sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - g^2}} \quad (\text{II.75})$$

Es ergibt sich also der komplexe, vom Ort  $x$  unabhängige Wellenwiderstand zu:

$$Z = \rho \cdot c \cdot \frac{1}{-i\frac{\omega_g}{\omega} + \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2}} = \rho \cdot c \cdot \left[ \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2} + i\left(\frac{\omega_g}{\omega}\right) \right] \quad (\text{II.76})$$

Während der Imaginärteil des Strahlungswiderstands den Blindanteil umgibt, (d. h. den Teil, bei dem Schalldruck und -schnelle nicht in Phase sind und zu keinem Energietransport führen) wird durch den Realteil des

Strahlungswiderstands  $\text{Re}\{Z\} = \rho \cdot c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\omega_g}{\omega}\right)^2}$  bei vorgegebener Schnelle  $\hat{v}_+$  die abgestrahlte Leistung bestimmt:

$$P_+ = \frac{1}{2} \cdot S \cdot \operatorname{Re}\{p_+ v_+^*\} = \frac{1}{2} \cdot S \cdot \hat{v}_+^2 \cdot \operatorname{Re}\{Z\} \quad (\text{II.77})$$

Der Verlauf des Realteils von  $Z$  weist einen steilen Anstieg oberhalb der Grenzfrequenz  $\omega_g$  auf, so daß mit dem Exponentialhorn der Wirkungsgrad von Lautsprechern vergrößert werden kann: Während bei der Schallabstrahlung von einem Lautsprecher ohne Horn in einer unendlich ausgedehnten Schallwand in der Langwellennäherung ein beträchtlicher Teil der Anregungs-Energie in Blindleistung umgesetzt wird, führt die Verwendung eines Exponentialhorns zu einer besseren „Anpassung“ der Lautsprecher-Bewegung an die umgebende Luftmasse, so daß nur noch ein kleinerer Prozentsatz in Windenergie umgesetzt wird. Zum Vergleich ist in unten stehender Abbildung der Wellenwiderstand eines Kegeltrichters eingezeichnet, der sich berechnet zu:

$$Z = \frac{1}{\frac{1}{\rho \cdot c} + \frac{1}{i\omega\rho \cdot x}} \quad (\text{II.78})$$

$$\operatorname{Re}\{Z_{x=a}\} = \rho \cdot c \cdot \frac{(k_0 a)^2}{1 + (k_0 a)^2} \quad (\text{II.79})$$

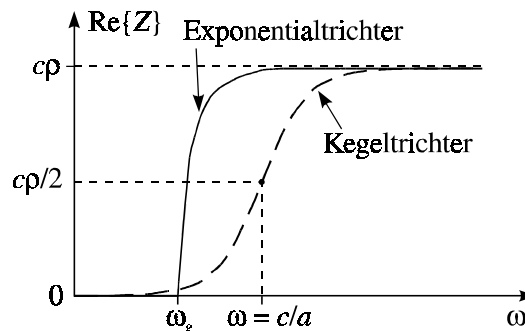


Abbildung 2.12: Wirkwiderstand (Strahlungsleistung) von Exponential- und Kegeltrichtern

Der Kegeltrichter führt demnach bei hohen Frequenzen ebenfalls zu einer vollständigen Abstrahlung des Schalls in der Wirk-Komponente, es wird dafür aber keine Grenzfrequenz angenommen, unterhalb derer keine Ausbreitung ist. Allerdings ist die Abstrahlung des Kegeltrichters bei niedrigen Frequenzen sehr gering bzw. mit starken Blindleistungs-Verlusten verbunden.



## II.2.2 Freie Schallausbreitung / Geometrische Akustik

Nachdem wir in den vorherigen Abschnitten die Schallausbreitung in begrenzten Strukturen (Rohre, Trichter) betrachtet haben, soll im folgenden die Schallausbreitung im Freien, bzw. in einem unendlich ausgedehnten Medium betrachtet werden. Für niedrige Frequenzen (große Wellenlängen) spielen Beugungseffekte eine große Rolle, die bereits bei der Schallabstrahlung beschrieben wurden. Für sehr hohe Frequenzen (kleine Wellenlänge) sind die Beugungseffekte allerdings sehr gering, so daß in Analogie zur geometrischen Optik von der geometrischen Akustik gesprochen werden kann. So kann beispielsweise die Schallausbreitung hinter einer Öffnung näherungsweise als Schallstrahl aufgefaßt werden, wenn die Abmessung  $a$  dieser Öffnung sehr viel größer ist als die Wellenlänge  $\lambda$ :

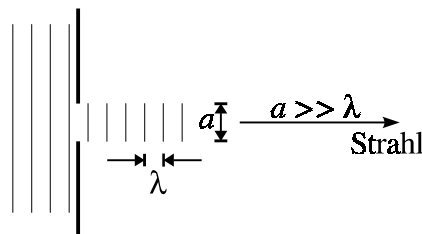


Abbildung 2.13: Schallstrahl bei der geometrischen Akustik

Ebenso wie in der kohärenten Optik würde sich bei größeren Wellenlängen (bzw. kleineren Abmessungen der Öffnung) keine gradlinige Ausbreitung, sondern eine Ausbreitung gemäß einer Kugelwelle mit Interferenzfiguren ergeben. Für diesen Grenzfall der geometrischen Akustik können wir auch das Brechungsgesetz herleiten:

Wenn der akustische Strahl vom Medium 1 mit der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c_1$  unter dem Winkel  $\vartheta_1$  auf eine Grenzfläche zu dem Medium 2 (Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c_2$ ) auftritt, kann der Austrittswinkel aus folgender Gleichung errechnet werden:

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{\sin \vartheta_1}{\sin \vartheta_2} \quad (\text{II.80})$$

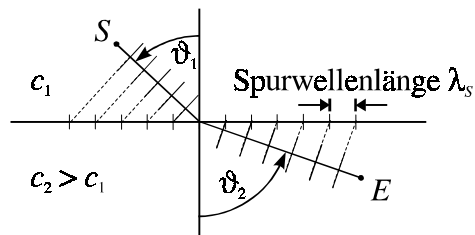


Abbildung 2.14: Brechung von Schallstrahlern

Dieses Berechnungsgesetz kann zum einen aus dem Fermatschen Prinzip abgeleitet werden (die Laufzeit vom Punkt S im Medium 1 zum Punkt E im Medium 2 soll minimiert werden, dies kann durch Variation an den Winkeln  $\vartheta_1$  und  $\vartheta_2$  geschehen). Andererseits folgt das Brechungsgesetz aus der Kontinuität der Spurwellenlänge, d. h. der Projektion der (geradlinigen) Wellenausbreitung im Medium 1 auf die Grenzfläche, bei der die Spurwellenlänge

$$\lambda_s = \frac{\lambda_1}{\sin \vartheta_1} \quad (\text{II.81})$$

resultiert. Dieselbe Spurwellenlänge muß bei der Projektion der Welle im Medium 2 auftreten, so daß gilt:

$$\lambda_s = \frac{\lambda_2}{\sin \vartheta_2} \quad (\text{II.82})$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \vartheta_1}{\sin \vartheta_2} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{c_1}{c_2} \quad (\text{II.83})$$

In der Praxis (z. B. in der Schallausbreitung in der Erdatmosphäre) tritt dagegen oft keine diskontinuierliche, sondern eine kontinuierliche Änderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit  $c$  auf, so daß eine krummlinige Schallausbreitung resultiert. Beispielsweise folgt für folgende einfache Annahme über die Ausbreitungsgeschwindigkeit:

$$c(z) = c_0(1 - \zeta(z - z_0)) \quad (\text{II.84})$$

( $Z$ : Höhe über Erdboden,  $c_0$ : Ausbreitungsgeschwindigkeit am Erdboden,  $\zeta$ : Konstante)

Die folgende Annahme für den Brechungswinkel:

$$\sin \vartheta = \frac{c}{c_0} = 1 - \zeta(z - z_0) \quad (\text{II.85})$$

$$\sin \vartheta \sim 1 - \frac{1}{2} \cdot \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \quad \text{wegen } \sin \vartheta = \underbrace{\cos(90^\circ - \vartheta)}_{\varepsilon \ll 1} \quad (\text{II.86})$$

$$\Rightarrow \frac{dz}{dx} = \sqrt{2 \cdot \zeta \cdot (z - z_0)} \quad (\text{II.87})$$

$$\Rightarrow z - z_0 = \frac{\zeta}{2} (x - x_0)^2 \quad (\text{II.88})$$

Als resultierenden „Strahl“ des Schalls vom Ausgangspunkt S folgt eine Parabel mit dem Krümmungsradius  $1/\zeta$ . Für einen Teil der Schallstrahlen führt diese krummlinige Ausbreitung zu einer Reflexion am Erdboden, während ein anderer Teil gar nicht erst den Erdboden erreicht und in die Atmosphäre nach oben abgestrahlt wird. Auf diese Art und Weise entsteht eine akustisch tote Zone, d. h. ein Bereich in einem gewissen Abstand des Sendepunktes S, der von keinem der möglichen Schallausbreitungswege erreicht wird.

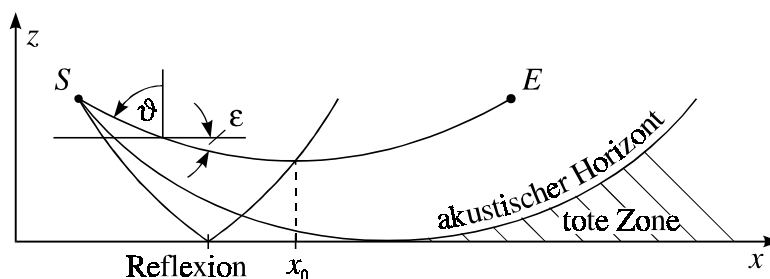


Abbildung 2.15: Schallausbreitung in der Atmosphäre mit linear mit der Höhe  $z$  abnehmender Schallgeschwindigkeit

Ein andere Anwendung der geometrischen Akustik ist die Spiegelung von Schallstrahlen, für die das Spiegelungsgesetz Einfallswinkel = Ausfallswinkel gilt. Dieses folgt ebenfalls aus der Kontinuität der Spur. Für den Empfangspunkt E hat der gespiegelte Schallstrahl die scheinbare Herkunft von der „Spiegelschallquelle“ S', die sich jenseits der spiegelnden Oberfläche befindet. Mit dieser in der Raumakustik näher zu behandelnden Spiegelquellenmethode kann beispielsweise die Echo-dichte von Raumimpulsantworten berechnet werden.

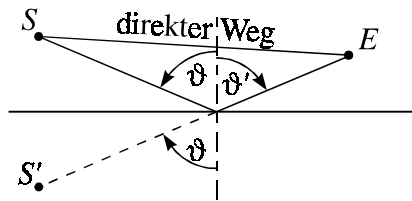


Abbildung 2.16: Schallspiegelung und Spiegelschallquelle S'

Eine andere praktische Anwendung der Spiegelung von Schallstrahlen findet sich bei gekrümmten Oberflächen, die zur Bündelung oder Zerstreuung von Schallstrahlen eingesetzt werden können. Die allgemeine Gleichung für eine Ellipse, die beispielsweise einen akustischen Hohlspiegel beschreibt, lautet:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{e} = \frac{2}{r} \quad (\text{II.89})$$

$$s > \frac{r}{2} \text{ elliptischer Fall} \quad (\text{II.90})$$

(für  $s = r = e$  fallen S und E zusammen)

$$s = \frac{r}{2} \text{ :parabolischer Fall} \quad (\text{II.91})$$

(Scheinwerfer)

$$s < \frac{r}{2} \text{ :hyperbolischer Fall} \quad (\text{II.92})$$

(Ausgangspunkt ist Spiegelschallquelle)

Der elliptische Fall ist für „Flüstergalerien“ von Interesse, weil sämtliche von einem Sendeort S ausgehenden Schallstrahlen auf den Empfängerort E konzentriert werden. Der parabolische Fall ist dagegen für Konzertmuscheln von Bedeutung, bei denen die von den Musikinstrumenten nach hinten abgestrahlte Schallenergie möglichst nicht verloren gehen soll, sondern auf das vor der Konzertmuschel sich befindliche Publikum umgelenkt werden sollen. Beim Übergang zum hyperbolischen Fall kann die Richtwirkung dieser Konzertmuschel noch weiter aufgefächert werden.

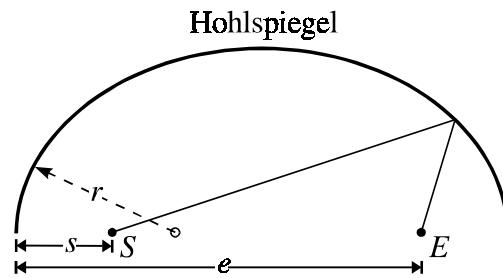


Abbildung 2.17: Schallspeicherung in einer elliptischen Begrenzung (Flüstergalerie)

### II.3 Druck-, Schnelle- und Intensitätsmessung

Im folgenden soll behandelt werden, wie die akustischen „Basisgrößen“ Druck und Schnelle meßtechnisch erfaßt werden können und wie daraus abgeleitete Größen (z. B. die Intensität) ermittelt werden können. Der *Schalldruck*  $p$  stellt eine skalare Größe dar, die im Fall des Luftschalls mit einem Mikrophon ermittelt wird. Für andere Medien (z. B. Wasser) gibt es Hydrophone und für Festkörper Körperschallaufnehmer, die im folgenden nicht gesondert behandelt werden sollen. Die prinzipiellen Elemente eines Mikrophons sind eine schwingungsfähig (elastisch) aufgehängte Membran, über deren Fläche  $S$  der Schalldruck aufintegriert wird, so daß insgesamt eine Kraft  $F$  entsteht. Mit dieser Kraft wird ein mechano-elektrischer Wandler betätigt (z. B. eine in einem Magnetfeld aufgehängte Spule oder ein Piezo-Kristall oder ein geladener Kondensator).

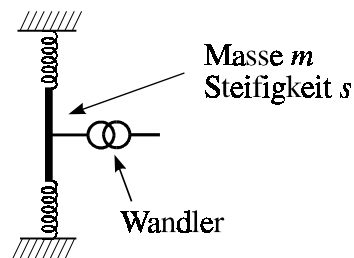


Abbildung 2.18: Ersatzschaltbild eines Mikrophons

Unter der Annahme, daß die Membran-Masse  $m$  die Steifigkeit der Aufhängung  $s$  und eine Reibungskomponente  $\eta \cdot s / \omega$  auftritt, können wir als Bewegungsgleichung der Mikrophon-Membran aufstellen:

$$F = m \cdot \ddot{x} + \frac{\eta \cdot s}{\omega} \cdot \dot{x} + s \cdot x = -m \cdot \omega_0^2 \cdot x + s \cdot x \cdot (1 + i\eta) \quad (\text{II.93})$$

Für den Ansatz einer periodischen Auslenkung ( $x = x_0 \cdot e^{i\omega t}$ ) folgt dann:

$$x = \frac{\frac{F}{s}}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}, \quad \text{mit } \omega_0^2 = \frac{s}{m}(1 + i\eta) \quad (\text{II.94})$$

Die Auslenkung der Mikrofon-Membran ist damit proportional zum Schalldruck  $p$  solange für  $\omega \ll$  Mikrofon-Resonanzfrequenz  $\omega_0$ . Für die praktische Schallmessung bedeutet dies, daß jedes Mikrofon nur unterhalb seiner charakteristischen Grenzfrequenz betrieben werden sollte. Für den Fall des (Elektret-) Kondensatormikrophons ist die Ausgangsspannung  $U_a$  proportional zur Auslenkung  $x$  und damit proportional zum Schalldruck  $p$ . Das Kondensator-Mikrofon stellt damit einen Druckempfänger mit einem relativ konstanten, über einen weiten Frequenzbereich hin glatten Frequenzgang dar, der in der Meßtechnik besonders beliebt ist. Im Gegensatz dazu ist beim dynamischen Mikrofon die Ausgangsspannung gegeben durch den Abfall des in der Tauchspule durch die Bewegung induzierten Stromes  $I_A$  am Innenwiderstand  $R_I$ , so daß gilt:

Dynamisches Mikrofon:

$$U_A = R \cdot I_A \quad \begin{array}{l} \sim \text{Schnelle } \dot{x} \\ \sim \omega \cdot x \end{array} \quad (\text{II.95})$$

Beim dynamischen Mikrofon ist die Ausgangsspannung daher nicht direkt dem Schalldruck, sondern der (zeitlichen) Ableitung des Schalldrucks proportional, so daß es sich um einen Druckempfänger mit einem eingebauten Hochpaßfilter handelt (d. h. niedrige Frequenzen werden im Mikrofon-Signal stark abgeschwächt).

Während der Schalldruck sich als skalare Größe relativ einfach und (bei entsprechender Richtcharakteristik des Mikrophons bzw. in niedrigen Frequenzen) unabhängig von der Ausrichtung des Mikrophons bestimmen läßt, ist die Schnelle eine vektorielle Größe, von der in der akustischen Meßtechnik jeweils nur eine Komponente, d. h. die Projektion der Schnelle auf eine vorgegebene Raumrichtung ausgemessen werden kann. Dabei macht man sich den Zusammenhang zwischen Schalldruck und Schallschnelle zu nutzen:

$$\dot{v} = -\rho \cdot \text{grad } p \quad (\text{II.96a})$$

Wenn man nun zwei Mikrophone (Druckempfänger) in einem Abstand  $d$  entlang einer vorgegebenen  $x$ -Achse anordnet, kann man die Schnelle in  $x$ -Richtung approximieren durch

$$v_x(t) \approx \int_0^t -\rho \cdot \frac{(p_1(t') - p_2(t'))}{d} dt' \quad (\text{II.96b})$$

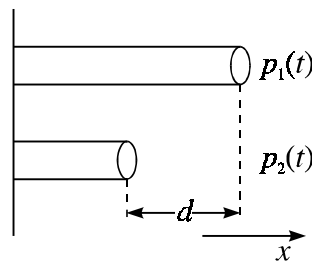


Abbildung 2.19: Prinzipieller Aufbau einer Schallschnelle bzw. Intensitätsmeßsonde

Die Schnelle in  $x$ -Richtung wird daher durch numerische Integration über die Zeit ermittelt und die Richtung der Schnelle kann durch Ausrichtung der  $x$ -Achse der Schnelle-Sonde abgetastet werden.

Für die Praxis ist als wesentlich wichtigere Meßgröße die *Schallintensität*  $I$

$$\underline{I} = \overline{p(t) \cdot \underline{v}(t)} \quad (\text{II.97})$$

von großer Bedeutung, bei der es sich um eine vektorielle Größe handelt, die der Schalleistungsflußdichte entspricht. Die Schalleistung, die durch eine vorgegebene Fläche  $S$  geht, ist nämlich gegeben durch

$$P = \int_S \underline{I} d\underline{S} = \int_S \overline{p(t) \cdot \underline{v}(t)} d\underline{S} \quad (\text{II.98})$$

Dieser Ausdruck ist analog zu der Leistung im Wechselstromkreis, die bekanntlich durch das gemittelte Produkt aus Wechselspannung und Wechselstrom auftritt. Da sowohl Spannung als auch Strom eine komplexe Größe sind, muß genauso wie hier im Fall des Schalldrucks und der Schallschnelle die jeweilige Phasenlage beachtet werden. Wir nehmen also an, daß wir sowohl für den Schalldruck als auch die Schallschnelle eine Amplitude  $p_0$  bzw.  $\underline{v}_0$  und eine Phase  $\varphi$  und  $\psi$  haben:

$$\begin{aligned} p(t) &= \operatorname{Re}\{p_0 \cdot e^{i\varphi} \cdot e^{i\omega t}\}, \\ \underline{v}(t) &= \operatorname{Re}\{\underline{v}_0 \cdot e^{i\psi} \cdot e^{i\omega t}\} \end{aligned} \quad (\text{II.99})$$

Die Intensität ergibt sich dann als Produkt aus diesen beiden Größen im zeitlichen Mittelwert zu:

$$\underline{I} = \underline{v}_0 \cdot p_0 \cdot \overline{\operatorname{Re}(e^{i\varphi} \cdot e^{i\omega t}) \cdot \operatorname{Re}(e^{i\psi} \cdot e^{i\omega t})} = \frac{1}{2} \cdot \underline{v}_0 \cdot p_0 \cdot \cos(\varphi - \psi) \quad (\text{II.100})$$

Diese Intensität hängt neben den Amplituden von Schallschnelle und -druck nur von der Phasendifferenz  $\varphi - \psi$  ab, wobei eine formal ähnliche Beziehung wie bei der Phasendifferenz zwischen Spannung und Strom im Wechselstromkreis auftritt. Eine maximale Intensität und damit eine besonders hohe Schallenergieabstrahlung wird erreicht, wenn Schalldruck  $p$  und Schallschnelle  $\underline{v}$  zeitlich in Phase sind. Dies entspricht der Abstrahlung einer Wirkleistung. Wenn  $p$  und  $\underline{v}$  dagegen 90 Grad zeitlich phasenverschoben sind, tritt nur eine Blindleistung auf, d. h. es wird keine Energie nach außen transportiert und im Schallfeld wird die Energie lokal hin und her gepumpt.

In der Praxis kann nun die Intensität mit einem Mikrofonpaar aufgenommen werden, dessen Anordnung wir schon oben bei der Schnelle-Bestimmung kennengelernt haben. Als numerisches Integral wird aus den beiden Schallsignalen  $p_1(t)$  und  $p_2(t)$  folgender Ausdruck gebildet:

$$I_x = \frac{1}{2 \cdot \rho \cdot d} \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T [p_1(t) + p_2(t)] \cdot \int_0^t [p_1(\tau) - p_2(\tau)] d\tau \cdot dt \quad (\text{II.101})$$

Das erste Integral approximiert dabei den mittleren Schalldruck  $p(t)$  und das zweite Integral approximiert die Schnelle  $v_x(t)$ . Das Ausmessen der Schallintensität besitzt nun einen großen Vorteil, wenn zugleich die Intensität über einen geschlossenen Integrationsweg (z. B. die Umrandung einer Maschine) ausgeführt werden kann. Durch vektorielle Addition der entlang dieses Integrationsweges aufgenommenen Intensitäts-Vektoren wird erreicht, daß von außen einfallende Störschallquellen herausgerechnet werden, da sich ihre Intensitäts-Komponenten in dem Integral gerade wegheben. Nur die von der eingeschlossenen Schallquelle ausgestrahlte Schalleistung bleibt bei der vektoriellen Addition über diesen Integrationsweg erhalten. Auf diese Weise ist es möglich, verschiedene Schallquellen voneinander getrennt auszumessen, ohne diese von ihrem Standort entfernen zu müssen.



## II.4 Schallpegel, Schalldosis, Lautheit und Lästigkeit

### II.4.1 Schallpegel

Bei der Hörakustik ergibt sich zwischen dem niedrigsten auftretenden Schalldruck (der Ruhehörschwelle) und dem praktisch höchsten Schalldruck (d. h. der Schmerzschwelle) beim Menschen ein sehr großer Bereich. Bei 1 kHz beträgt z. B.

$$\text{Ruhehörschwelle: } p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ N / m}^2$$

$$\text{Schmerzschwelle: } p_{\text{max}} \approx 20 \text{ N / m}^2$$

Bei der Umsetzung dieser Schalldrücke in Sinneseindrücke (also bei der Wahrnehmung von Lautstärke) gilt zudem das Weber-Fechnersche Gesetz:

$$\Delta \text{Wahrnehmung} = \frac{\Delta I}{I} = \text{const. für alle } I \quad (\text{II.102})$$

Dieses Gesetz besagt, daß die kleinste wahrnehmbare Änderung bei einer Reizgröße gerade proportional zur Reizgröße selbst ist. Durch Aufintegrieren dieser Bedingung folgt, daß die Lautstärkenwahrnehmung proportional zum Logarithmus der Schallintensität (bzw. des Logarithmus des Schallpegels) ist:

$$\text{Wahrnehmung} \sim \log I \quad (\text{II.103})$$

Aus diesen beiden Gründen bietet es sich an, als praktikable Einheit des Schalldrucks (bzw. der Schallintensität) nicht den Druck direkt, sondern den Logarithmus des Schalldrucks zu verwenden. Bei dieser logarithmischen Skala hat man allerdings noch einen Skalierungsfaktor frei, den man gerade so wählen kann, daß eine Einheit auf dieser logarithmischen Skala gerade ungefähr der kleinsten wahrnehmbaren Schallpegeländerung entspricht. Diese Forderung führt zur dB-Skala, für die gilt:

$$\text{Schalldruckpegel: } L = 20 \cdot \log_{10} \frac{p}{p_{\text{ref}}} \quad p_{\text{ref}}: \text{ Bezugsschalldruck} \quad (\text{II.104})$$

Die ursprünglich zu Ehren von Alexander Graham Bell benannte Pegel-Einheit Bel ist gerade eine um den Faktor 10 gröbere Skala, die eine Fein-

Unterteilung in zehntel notwendig macht, so daß diese Pegelskala als **Dezibel** bezeichnet wird.

Für quadratische Größen (z. B. die Schallintensität  $I = p \cdot v$ , oder die Schalleistung  $P$ ) wird anstelle des Faktors 20 der Faktor 10 verwendet:

$$L = 10 \cdot \log_{10} \frac{|I|}{|I|_{\text{ref}}} \quad (\text{II.105})$$

Durch diese Definition ist gewährleistet, daß eine Pegeländerung in dB davon unabhängig ist, ob gerade ein Verhältnis von Schalldrücken (lineare Größe) oder ein Verhältnis von quadratischen Größen (z. B. Schallintensität) gebildet wird. Weiterhin ist festzuhalten, daß die dB-Skala immer einen Bezugswert braucht und damit als relative Skala anzusehen ist. Die folgenden Werte von Pegeländerungen sind für die Praxis dabei von besonderer Bedeutung:

1 dB	kleinster hörbarer Pegelunterschied
3 dB	Verdoppelung der Leistung ( $\log_{10} 2 \approx 0,3$ )
6 dB	Verdoppelung der Amplitude, Vervierfachung der Leistung
10 dB	Verdoppelung der subjektiven Lautstärke, zehnfache Leistung
20 dB	zehnfache Amplitude, 100-fache Leistung

Je nach Wahl des Referenz-Schalldrucks wird der jeweilige Schallpegelwert unterschiedlich bezeichnet. Wenn wir genau wie oben wieder den Pegel definieren als:

$$L = 20 \cdot \log \frac{p}{p_{\text{ref}}} \quad (\text{II.106})$$

gibt es die folgende Festlegung:

**dB SPL** (Sound Pressure Level):

Dieser Pegelwert bezieht sich auf die absolute Ruheshwelle bei 1 kHz, für die gilt:

$$p_{\text{ref}} = p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 2 \cdot 10^{-4} \mu\text{bar} \quad (\text{II.107})$$

Diese Definition kann für beliebige Schalle von beliebiger Bandbreite angewandt werden. Der angenommene Referenzschalldruck  $p_{\text{ref}}$  muß dabei nicht genau der individuellen Ruheshwelle entsprechen. Beispielsweise weicht die genormte (über ein großes Versuchspersonenkollektiv gemessene) Ruheshwelle etwas von diesem Wert bei 1 kHz ab.

#### **dB HL** (Hearing Level):

Damit wird der auf die genormte Ruheshwelle von Normalhörenden bezogene Schalldruckpegel bezeichnet, also:

$$p_{\text{ref}} = \text{Ruheshwelle bei der jeweiligen Frequenz (Normwert)} \quad (\text{II.108})$$

Diese Pegeldefinition ist nur sinnvoll anzuwenden für Schmalband-Schalle, da die Ruheshwelle stark frequenzabhängig ist.

#### **dB SL** (Sensation Level):

Bei dieser auf die **individuelle** Ruheshwelle bezogenen Pegeldefinition gilt:

$$p_{\text{ref}} = \text{Individuelle Ruheshwelle bei der jeweiligen Frequenz} \quad (\text{II.109})$$

Bei Normalhörenden ist diese Definition weitgehend mit der Definition dB HL identisch. Abweichungen ergeben sich jedoch bei angehobener Ruheshwelle (z. B. Schwerhörigen) aber auch bei sehr kurzen Signalen, bei denen die Ruheshwelle erst bei höheren Schalldruckpegeln erreicht wird, als bei längeren bzw. stationären Signalen. Diese Pegeldefinition ist ebenfalls nur sinnvoll anzuwenden bei Schmalbandschallen.

#### **dB A** (mit Filter „A“ bewertet):

Bei dieser Pegeldefinition wird die Ruheshwelle bzw. die Lautheitsempfindung bei niedrigen Lautstärken insofern berücksichtigt, als sehr niedrige und sehr hohe Frequenzen weniger gewichtet werden als die mittleren Frequenzen. Dazu wird das Eingangssignal zunächst mit dem Filter „A“ gefiltert, der die Höhen- und Tiefenabsenkung bei niedrigen Pegeln simuliert. Das Ausgangssignal wird dann in dB SPL gemessen.

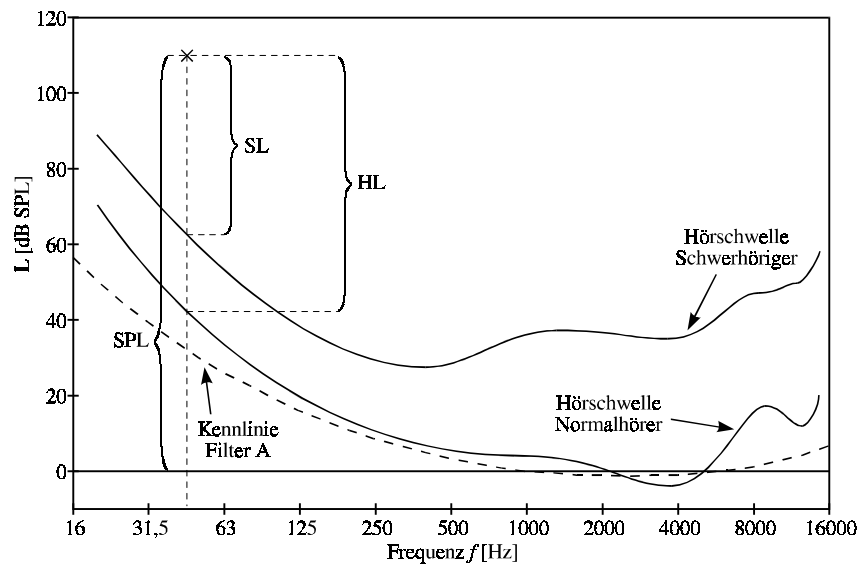


Abbildung 2.20: Verschiedene Referenzpegel und Pegeldefinitionen

**dB Pe (Peak Equivalent):**

Diese Definition wird bei sehr kurzen Reizen verwendet. Dazu ist der Maximal-Pegel angegeben, der bei einer Hintereinanderkettung der auszumessenden kurzen akustischen Stimuli auftreten würde. Dieser Pegel entspricht im wesentlichen dem Spitzenpegel des kurzzeitigen Signals

**dB<sub>eq</sub> oder L<sub>eq</sub>:**

Dieser als äquivalenter Dauerschallpegel bezeichnete Meßwert wird für zeitlich fluktuierende Schalle verwendet. Dabei wird die Gesamt-Schallenergie über einen Bezugszeitraum T gemittelt. Der zu diesem Mittelwert zugehörige Pegel wird dann als L<sub>eq</sub> bezeichnet also :

$$L_{eq} = 10 \cdot \log_{10} \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) / p_0^2 dt \right\} \quad (II.110)$$

Die Bezugszeit T ist dabei von der jeweiligen Anwendung abhängig.

Um den verschiedenen möglichen zeitlichen Verläufen von akustischen Signalen Rechnung zu tragen, kann der Schallpegel entweder über einen langen Zeitraum gemittelt werden (dabei fallen etwaige Schwankungen des Kurzzeit-Pegels unter den Tisch und fließen in den Mittelwert ein) oder ganz kurze Mittelungskonstanten, bei denen auch kurzfristige Pegel-Fluktuationen aufgelöst werden. Für Schallpegelmeßgeräte werden daher verschiedene Mittelungszeitkonstanten benötigt, deren Größe wie folgt festgelegt wird:

I (Impuls): Anstieg 35 ms, Abfall 1500 ms

F (Fast): beide je 125 ms

S (Slow): beide je 1000 s

Für die Messung von Sprache wird zumeist die Einstellung Impuls oder Fast benutzt, um den Spitzenwert des Sprachpegels ermitteln zu können. Dann wird ein mittlerer Spitzenpegel errechnet. Die Gesamt-Aussteuerung des Sprachsignals sollte einige dB oberhalb dieses mittleren Spitzenpegels liegen, um Übersteuerungs-Artefakte zu vermeiden.

## II.4.2 Schallwirkung und Schalldosis

Neben den erwünschten Wirkungen von Schall (z. B. für die zwischenmenschliche, akustische Kommunikation) gibt es unerwünschte Schallwirkungen, die insbesondere dann auftreten, wenn Menschen nicht freiwillig, sondern unfreiwillig einer Schalleinwirkung ausgesetzt sind. Die dabei auftretenden negativen Wirkungen können grob nach dem Pegelbereich klassifiziert werden, in dem sie auftreten. Bei dieser Aufteilung (s. Abbildung) wird der äquivalente Dauerschallpegel  $L_{eq}$  mit A-Bewertung eingesetzt. Dieser Pegel entspricht zwar nicht exakt der wahrgenommenen Lautstärke (s. u.) und außerdem wird bei der Schallbewertung nicht berücksichtigt, welchen Bedeutungsgehalt das jeweilige Schallsignal besitzt, trotzdem können diese Werte als Orientierung dienen.

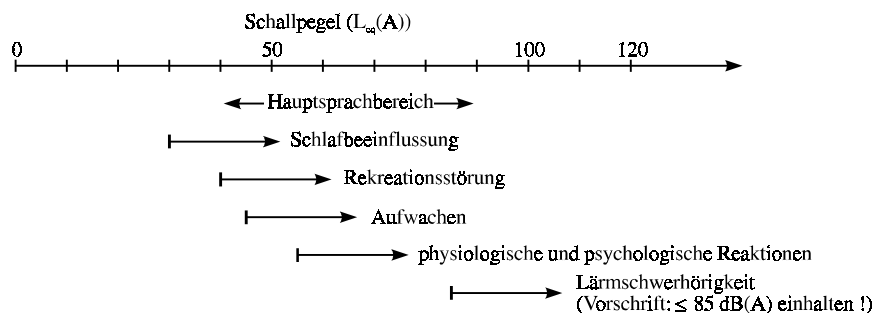


Abbildung 2.21: Pegelbereiche, für die unterschiedliche schallwirkungen beim Menschen auftreten

Im Bereich oberhalb von 35 dB(A) kommt es zu Schlafbeeinträchtigungen, d. h. die Erholungsphasen im Schlaf werden gestört und die diesen Lärmeinfluß unterliegenden Personen fühlen sich morgens nicht erholt. Als Richtwert sollte daher der Schallpegel in Schlaf- und Ruheräumen 35 dB(A) nicht überschreiten. Oberhalb von etwa 40 dB(A) wird das Ruhebedürfnis während der Erholungsphasen (auch im Wachzustand) beeinträchtigt, so daß Störungen bei der Erholung auftreten können. Ein Schallpegel von größer etwa 45 dB(A) führt zum Aufwachen und Schall-

pegel von mehr als 55 dB(A) führen zu physiologisch meßbaren und durch psychologische Tests erfaßbaren Streß-Reaktionen (z. B. Anstieg des Blutdrucks, Veränderung des Hautleitwertes durch Schweißabsonderung, Veränderung des Fingerpulses). Falls der Lärmpegel noch weiter ansteigt, treten neben diesen reversiblen Störungen auch schädigende Schallwirkungen im Sinne einer Lärmschwerhörigkeit auf. Obwohl die Empfindlichkeit gegenüber Dauerlärm sehr stark von Person zu Person schwankt, wird als Grenzwert für die beruflich bedingte Lärmexposition ein Wert von 85 dB(A) festgesetzt. Oberhalb dieses Grenzwertes dürfen beruflich lärmexponierte Personen (z. B. Diskjockeys) nicht ohne persönlichen Gehörschutz arbeiten. Für sich freiwillig dem Lärm aussetzende Personen, bei denen von einer längeren Rekreatiionsphase des Gehörs ausgegangen werden kann, gibt es keine derartigen Grenzwerte (d. h. die Diskobesucher auf der Tanzfläche sind nicht durch gesetzliche Regelungen vor zu lauten Schallpegeln geschützt).

Eine Lärmexposition bei einem entsprechend hohen Pegel führt im günstigsten Fall zu keiner oder zu einer zeitlich wieder zurückgehenden Schwellenverschiebung (Temporary Threshold Shift, TTS). Dabei wird davon ausgegangen, daß sich die im Gehör geschädigten Mechanismen wieder rekreieren können. Ist das Lärmereignis von zu großer Intensität (z. B. Knalltrauma) oder reichen die Erholungsphasen zwischen aufeinanderfolgenden Lärmexpositionen nicht aus, so entwickelt sich eine permanente Schwellenabwanderung (Permanent Threshold Shift, PTS). Diese Lärmschwerhörigkeit macht sich anfangs im Audiogramm besonders im Bereich um etwa 4 kHz durch eine Schwellenabwanderung ( $c^5$ -Senke) bemerkbar, die sich bei Fortschreiten der Exposition bzw. des Krankheitsprozesses zu höheren und tieferen Frequenzen ausbreitet und typischerweise zu einer Hochtenschwerhörigkeit mit reiner Innenohrkomponente entwickelt. Leider gibt es derzeit keine kausalen Behandlungsmöglichkeiten, um eine Lärmschwerhörigkeit zu beheben. Es stehen lediglich Rehabilitationsmaßnahmen zur Verfügung, mit denen versucht wird, das Hörvermögen von Lärm-Schwerhörenden möglichst gut an das Hörvermögen von Normalhörenden wieder anzugleichen (Hörgeräte). Da nach wie vor in vielen Lärmbetrieben die Lärmschutz-Vorschriften nicht ausreichend beachtet werden bzw. von den Mitarbeitern zugunsten besserer Kommunikation umgangen werden, ist die Lärmschwerhörigkeit nach wie vor eine häufige Berufskrankheit und die am häufigsten zu Entschädigungsrente führende Berufskrankheit. Die Disposition (Veranlagung zur Entwicklung einer Lärmschwerhörigkeit) bei Lärmeinwirkung ist sehr stark unterschiedlich. Beispielsweise gibt es „Glas“-Ohren, die schon bei geringen Gesamtlärm-Dosen „zerbrechen“ und auf der anderen Seite „Stahl“-Ohren, die wesentlich höhere Schalldosen vertragen können, ohne eine signifikante Änderung im Hörvermögen aufzuweisen. Aufgrund dieser sehr star-

ken individuellen Unterschiede und der Schwierigkeit eine Gesamt-Dosis für den einwirkenden Schall exakt zu ermitteln (es gibt noch kein der radioaktiven Strahlenexposition äquivalentes „Dosimeter“ für Schall) ist es auch sehr schwierig, eine Dosis-Wirkungsbeziehung für die Schwerhörigkeit exakt anzugeben.

Die derzeit verfügbaren Daten über die Entwicklung von Hörverlust in Abhängigkeit von der Schalldosis sind in der ISO-1999 enthalten, deren prinzipielle Angaben im folgenden abgebildet sind:

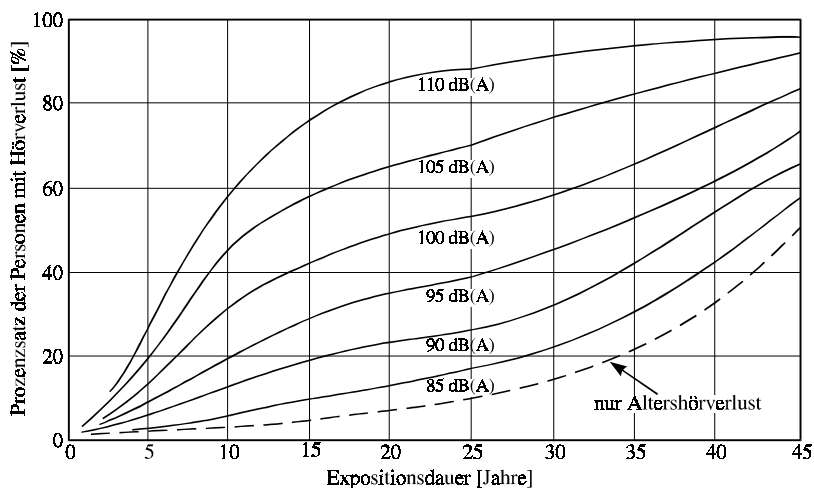


Abbildung 2.22: Entwicklung von Hörverlust in Abhängigkeit von der Schalldosis gemäß ISO-1999

Aufgetragen ist für unterschiedliche mittlere A-bewertete Schalldruckpegel der Prozentsatz an Personen, die bei einer bestimmten Expositionsdauer mit diesem Schallpegel eine signifikante Schwerhörigkeit entwickeln. Dieser Prozentsatz steigt naturgemäß mit zunehmendem Schalldruckpegel und besitzt eine untere Grenze von etwa 85 dB(A), die sich kaum vom altersabhängigen Hörverlust unterscheidet. Auch aus diesem Grund erscheint die Einführung des Grenzwertes 85 dB(A) für beruflich schallexponierte Personen sinnvoll.

### II.4.3 Lautheit und Lästigkeit

Bereits oben wurde das Problem angesprochen, daß der A-bewertete äquivalente Dauerschallpegel  $L_{eq}$  nicht für sämtliche möglichen Schalle ein Maß für von normalhörenden Versuchspersonen tatsächlich wahrgenommene Lautstärke darstellt. Er stellt zwar eine brauchbare Näherung dar, die insbesondere auf dem Weber-Fechnerschem Gesetz und einer Frequenz-Gewichtung für kleine Eingangspegel (A-Bewertung) beruht, führt aber zu signifikanten Abweichungen bei großen Pegeln, bei zeitlich schwankenden Signalen und kann den wahrnehmbaren Lautstärkenun-

terschied zwischen breitbandigen und schmalbandigen Signalen mit demselben Pegel nicht richtig wiedergeben. Eine genauere Beschreibung des vom Menschen empfundenen Schalleindrucks bei einem vorgegebenen akustischen Signal liefert die **Lautheit**, die in der psychophysikalischen Literatur eingehend untersucht wurde. Für die Lautheit sind die folgenden Faktoren des akustischen Signals von Bedeutung:

*a) Intensitätsabhängigkeit*

Gemäß den Experimenten des Psychophysikers Stevens ist die wahrgenommene Lautheit proportional zur Schallintensität hoch einem Exponenten  $p$ , der den Wert von ungefähr 0,3 annimmt, also:

$$\text{Lautheit [Zahlenangaben]} \sim \text{Intensität}^p, p \approx 0.3 \quad (\text{II.111})$$

(Stevens'sches Potenzgesetz)

Dieses Potenzgesetz gilt in ähnlicher Form auch für eine Reihe anderer Modalitäten, z. B. die Helligkeitsempfindung in Abhängigkeit von der Lichtintensität, die Schmerzempfindung bei mechanischen Reizen usw., wobei für jede Sinnes-Modalität eine eigene, charakteristische Potenz  $p$  auftritt. Gemessen wird wahrgenommene Lautheit mit einer freien (oder relativen) Größenschätzung, bei der die Versuchsperson für jeden vorgegebenen Testschall die empfundene Lautheit mit einer Zahl aus einem beliebigen Bereich kennzeichnen muß. Abwandlungen von dieser Methode sind die eingeschränkte Größenschätzung, bei der der Zahlenbereich vorgegeben wird, oder die Größenschätzung mit Anker-Schall, bei der ein fester Referenzschall (z. B. ein 1-kHz-Ton bei 40 dB) mit einer festen Einheit (z. B. dem Wert 1) als Referenz vorgegeben wird. Diese Verfahren führen ebenso wie ein Herstellungsverfahren, bei dem die Versuchsperson beispielsweise die doppelte oder die Hälfte der Lautheit eines vorgegebenen Tones einregeln muß, alle in ähnlicher Weise zu dem o. a. Potenzgesetz. Aus diesem Grunde hat das Steven'sche Potenzgesetz für die Psychophysik eine sehr hohe Bedeutung erlangt. Für den Fall der akustischen Wahrnehmung wird die Lautheit, die ein 1-kHz-Dauer-ton bei einem Schalldruckpegel von 40 dB SPL erzeugt, mit der Lautheit von 1 sone bezeichnet. Eine Verdoppelung der Lautheit wird durch eine Anhebung des Pegels um etwa 10 dB erreicht, so daß ein 50 dB-Ton bei 1 kHz etwa die Lautheit von 2 sone aufweist. Die Einführung der sone-Skale und die internationale Normierung der Lautheit für stationäre Schalle geht wesentlich auf die Arbeiten von Stevens und Zwicker zurück. Der Zusammenhang zwischen Lautheit (in sone) und Schalldruckpegel (in dB SPL) ist für einen 1-kHz-Ton schematisch in der folgenden Abbildung dargestellt.



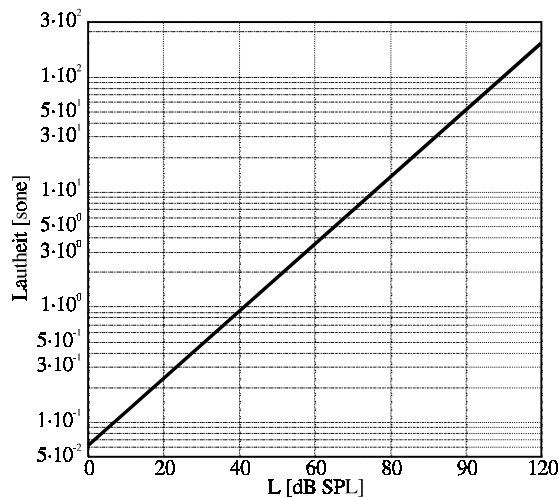


Abbildung 2.23: Lautheit eines 1kHz-Tones in Abhängigkeit vom Schalldruckpegel

Obwohl das Konzept der Lautheit inzwischen weite Verbreitung gefunden hat und es auch kommerziell erhältliche Lautheits-Meßgeräte ergibt, soll auch die Kritik an dem Konzept der Lautheit nicht verschwiegen werden:

So wird bezweifelt, daß naive Versuchspersonen einer Reihe von Stimuluswerten die empfundene Lautheit auf einer Zahlenskala so zuordnen können, daß die Verhältnisse zwischen den angegebenen Zahlen auch tatsächlich dem wahrgenommenen Lautheitsverhältnissen entsprechen. Vielmehr kann davon ausgegangen werden, daß es sich eher um eine Rang-Skala (Ordinal-Skala) und weniger um eine Verhältnisskala (Rational-Skala) handelt. Außerdem neigen Versuchspersonen bei der Angabe von großen Zahlen zu einem „Logarithmic Response Bias“, d. h. bei sehr großen Zahlen wird nur noch die Anzahl der Nullen als wichtig erachtet und nicht mehr der absolute Unterschied zwischen den Zahlen (beispielsweise ist anschaulich der Abstand zwischen „9“ und „10“ größer als der Unterschied zwischen „10.000“ und 10.001“). Wenn die Anzahl der möglichen Antwortalternativen für die Versuchspersonen (Antwortkategorien) auf eine überschaubare Anzahl beschränkt bleibt, tritt der Logarithmic Response Bias nicht auf. Dies ist z. B. bei der Kategorial-Beurteilungs-Methode nach Heller der Fall, bei der fünf Antwortkategorien zur Verfügung stehen oder bei der in Oldenburg angewandten 11-stufigen Kategorial-Beurteilung. Für eine derartige Beurteilungstechnik tritt nicht das Steven'sche Potenzgesetz, sondern vielmehr das Weber-Fechner'sche Gesetz auf, d. h. die von der Versuchsperson angegebene Lautheit (in Kategorien) ist proportional zum Logarithmus der Intensität (und nicht zu der Intensität mit einer Potenz kleiner als 1).

### b) spektrale Abhängigkeit der Lautheit

Für reine Töne können die Kurven gleicher Pegellautstärke (Isophonen) ermittelt werden, die für jede Frequenz den Tonpegel angeben, der zu demselben Lautstärkeeindruck führt, wie ein 1-kHz-Ton bei dem jeweils vorgegebenen Pegel. Für sehr kleine Referenz-Pegel nähert sich diese Kurve gleicher Pegellautstärke stark der Ruheshwelle an (z. B. die 10-Phon-Isophone, s. u.). Bei hohen Pegeln ist der Verlauf der Isophone dagegen relativ flach.

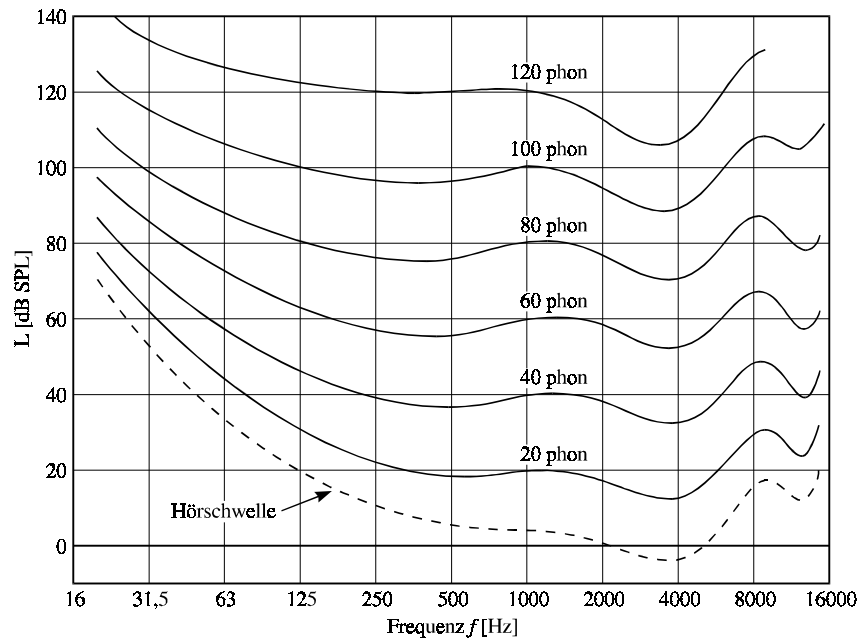


Abbildung 2.24: Kurven gleicher Pegellautstärke (Isophone), d.h. Kombination von Pegeln und Frequenzen, für die ein Sinuston als gleich laut empfunden wird wie ein 1kHz-Ton bei dem entsprechendem Schalldruckpegel.

Wenn man anstelle von Sinus-Tönen dagegen breitbandigere Schalle verwendet, können die Isophonen nicht mehr exakt angewandt werden. Stattdessen geht man davon aus, daß im Gehör eine Aufspaltung in Frequenzgruppen stattfindet, deren Breite bei Frequenzen unterhalb von 500 Hz etwa 100 Hz beträgt und oberhalb von 500 Hz etwa 1/5 der Mittenfrequenz. Die Energie innerhalb jeder Frequenzgruppe wird aufaddiert und führt zur „spezifischen Lautheit“, d. h. zur Lautheit in dieser Frequenzgruppe. Der Gesamtlautheitseindruck wird nun durch Summation über die spezifischen Lautheiten in den einzelnen Frequenzgruppen ausgeführt. Eine wesentliche Begründung für diese Modellvorstellung liefert die sogenannte Lautheitssummation, d. h. der Anstieg der Lautheit bei Verteilung der gleichen Schallenergie in immer breitere Frequenzbereiche:

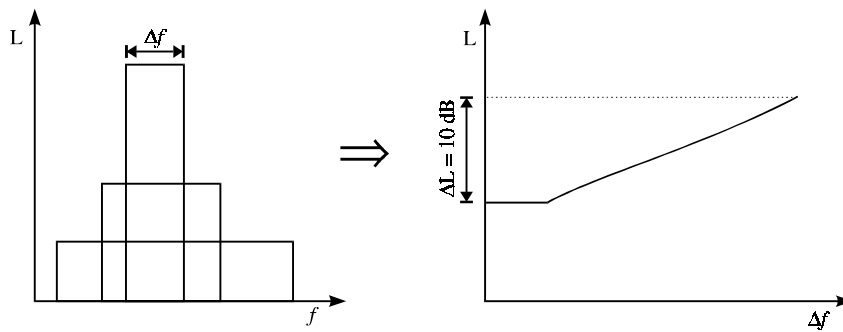


Abbildung 2.25: Lautheitssummation: Im linken Teilbild ist schematisch die spektrale Verbreiterung des Stimulus bei gleichbleibender Leistung dargestellt. Das rechte Teilbild gibt den Pegel eines als gleich laut eingestuften Referenzstimulus an als Funktion der Bandbreite  $\Delta f$  des Teststimulus dessen Leistung konstant gehalten wird.

Wenn die Gesamt-Leistung eines Rauschsignals konstant ist, aber die Bandbreite  $\Delta f$  zunimmt, nimmt der Lautstärkeneindruck zu. Wenn man ein Schmalbandgeräusch und ein Breitbandgeräusch auf denselben Lautheitseindruck bringen möchte, wird ein Pegelunterschied bis zu 10 dB benötigt, d. h. ein breitbandiges Geräusch wird als etwa doppelt so laut wie ein schmalbandiges Geräusch mit demselben Pegel wahrgenommen. Die Bandbreite, ab der dieser Lautheitsanstieg zu beobachten ist, wird als die **Frequenzgruppenbreite für Lautheit** bezeichnet. Eine Erklärung für diesen Effekt folgt aus dem o. a. Frequenzgruppen-Konzept, da die Gesamt-Lautheit größer ist, wenn erst die Energie in den verschiedenen Frequenzgruppen komprimiert wird (Lautheitsbildung durch Logarithmierung oder Potenzierung mit einem Exponenten kleiner 1) und dann summiert wird. Sie steht im Gegensatz zu der schmalbandigen Anregung, wo erst sämtliche Intensität in einem Frequenzband aufaddiert wird und dann die Gesamt-Intensität komprimiert wird (d.h. logarithmiert bzw. mit einem Exponenten kleiner 1 potenziert wird).

Bei der Berechnung der spezifischen Lautheit muß allerdings berücksichtigt werden, daß eine schmalbandige Anregung bei einer Frequenz auch Auswirkungen auf niedrige und höhere Frequenzen hat: Diese „Verschmierung“ der spektralen Energie, die im Gehör stattfindet, kann man durch Maskierungsexperimente ausmessen, bei denen ein schmalbandiger Test-Stimulus in Gegenwart eines anderen, ebenfalls schmalbandigen Maskierers detektiert (d. h. herausgehört) werden soll. Bei systematischer Veränderung der Testton-Frequenz läßt sich ein Maskierungsmuster erhalten, das relativ steile Flanken zu niedrigen Frequenzen hin und relativ flache Flanken zu hohen Frequenzen hin aufweist. Hohe Töne werden von tieferen Tönen also stärker verdeckt (maskiert) als umgekehrt. Dies ist zum Beispiel der Grund dafür, daß in einem gemischten

Chor relativ wenige Männerstimmen gleich gut hörbar sind wie die zahlenmäßig überlegenden Frauenstimmen bei hohen Frequenzen. Aufgrund dieser Eigenschaften des Gehörs geht man bei der rechnerischen Ermittlung der Lautheit bei einem vorgegebenen Schall von einem „Erregungspegelmuster“ aus, d. h. man ermittelt in jeder Frequenzgruppe, ob die Maskierungsflanken von benachbarten Frequenzgruppen größer sind als die in dieser Frequenzgruppe vorliegende Schallenergie und nimmt das jeweilige Maximum als den Beitrag an, den die betrachtete Frequenzgruppe zum Gesamt-Lautheitseindruck beiträgt. Dieses Vorgehen hat den Vorteil, daß Schallkomponenten, die maskiert sind (d. h. durch die Anwesenheit anderer Schallkomponenten nicht gehört werden können) auch nicht zum Lautheitseindruck beitragen.

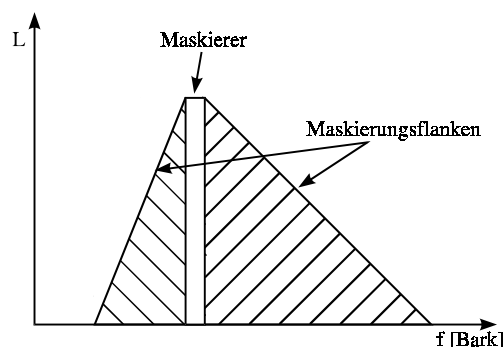


Abbildung 2.26: Erregungsmuster eines schmalbandigen Maskierers, d.h. über der Frequenz(gruppe) aufgetragene Pegel eines Sinustones, der bei Anwesenheit des Maskierers soeben nicht mehr wahrgenommen wird.

### c) Zeitabhängigkeit

Um die Zeitabhängigkeit der Lautheit zu erfassen, muß zum einen die Zeitabhängigkeit der Maskierung berücksichtigt werden: Im Zeitbereich vor Anschalten eines Schalls tritt eine Maskierungswirkung („Vorverdeckung“) auf, die etwa einen Zeitbereich von maximal 10 ms überdeckt. Nach Abschalten des Maskierers tritt analog dazu eine „Nachverdeckung“ auf, d. h. kurz nach dem Ende des Maskierers angebotene Schalle müssen in ihrem Pegel stark erhöht werden, um hörbar zu sein. Die Nachverdeckung überstreicht einen Zeitbereich von etwa 200 ms. Sie baut sich langsam auf, d. h. bei sehr kurzen Maskierern fällt die Nachverdeckung viel schneller ab als bei längeren Maskierern. Außerdem ist der Abfall der Nachverdeckung bei Maskierern mit hoher Intensität wesentlich schneller als bei Maskierern mit niedriger Intensität. Wird ein Testschall gleichzeitig mit dem Maskierer angeboten, so tritt das Phänomen der „Simultanverdeckung“ auf. Aus den Phänomenen Vorverdeckung, Simultanverdeckung und Nachverdeckung kann auf die zeitliche Verschmierung der Schall-Wahrnehmung geschlossen werden, die für die Modellierung der Lautheitswahrnehmung von Bedeutung ist.

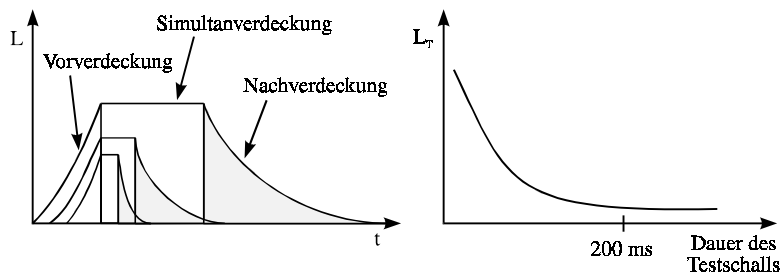


Abbildung 2.27: Zeitliches Maskierungsmuster für drei Maskierer mit: Linkes Teilbild: jeweils unterschiedlicher Dauer. Rechtes Teilbild: zeitliche Integration des Testschalls (aufgetragen ist der Schwellenpegel eines Testschalls bei Vorliegen eines Maskierers als Funktion seiner Dauer).

Eine weitere zeitlicher Aspekt der Lautheitswahrnehmung kann aus der Test-Ton-Integration geschlossen werden, d. h. den für die Detektion eines Testschalls notwendigen Pegels in Abhängigkeit von der Dauer des Testschalls. Für sehr kurze Test-Schall-Dauern (kleiner als 200 ms) ist der für eine Detektion des Testschalls (im Beisein eines stationären Maskierers) notwendige Pegel sehr hoch. Er nimmt mit Zunahme der Testton-Dauer mit etwa 3 dB pro Verdopplung der Test-Schalldauer ab, so daß dieser Vorgang in erster Näherung durch eine Energie-Integration über eine Dauer von 200 ms beschrieben werden kann.

Während die bisher betrachteten Faktoren die zeitliche Verschmierung und Integration von Energie im Ohr beschrieben haben, die für die Zeitabhängigkeit der Lautheit von Bedeutung ist, soll im folgenden betrachtet werden, wie die Gesamt-Lautheit eines im Zeitverlauf stark schwankenden Schalls ermittelt werden muß. Dies ist für die Praxis sehr wichtig, weil die wenigsten Lärmquellen stationär sind und viele Geräusche (z. B. Vorbeifahrgeräusch von Autos an einer belebten Straße) durch Fluktuationen beschrieben werden. Dabei hat sich gezeigt, daß nicht etwa ein Mittelwert oder ein Medianwert des Lautheits-Verlaufs über der Zeit die Gesamt-Lautheitswahrnehmung am besten repräsentiert, sondern die sogenannte Perzentil-Lautheit.

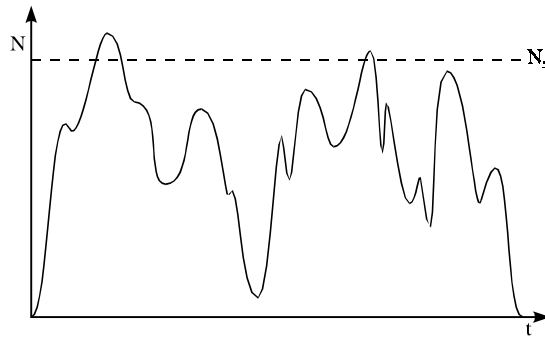


Abbildung 2.28: Berechnung der 5%-Perzentillautheit  $N_5$  als der Wert, der in 5% der Zeit überschritten wird.

So bezeichnet die 5 %-Lautheit  $N_5$  denjenigen Lautheitswert, der nur in 5 % der Zeit überschritten wird. Damit werden den Lautheitsspitzen besondere Bedeutung zugemessen, da dies am ehesten mit dem Gesamtlautheitsurteil von Versuchspersonen bei fluktuierenden Schallen korreliert. Es ist aber festzuhalten, daß dieses Konzept einer Perzentil-Lautheit stark von dem Konzept des äquivalenten Dauerschallpegels  $L_{eq}$  abweicht. Während der  $L_{eq}$  die Intensität zeitlich mittelt, mittelt die Perzentil-Lautheit die Lautheit und nimmt auch nicht den Mittel- oder Medianwert, sondern einen Wert, der sich eher an den auftretenden Intensitätsspitzen orientiert. Dieses Verfahren liefert bei den praktisch wichtigen zeitlich fluktuierenden Geräuschen daher höhere Werte als der  $L_{eq}$  und würde daher einen höheren Lärmschutz der betroffenen Personen erfordern. Da es sich mehr an dem tatsächlich von Versuchspersonen empfundenen Lautheitseindruck orientiert als der (primär physikalisch definierte)  $L_{eq}$ , ist die Einführung von gehöradäquaten Lautheitsmessverfahren und eine Ablösung der bisherigen Lärmmeßvorschriften zu fordern.

Die hier beschriebenen Einflußfaktoren für die Bildung der Lautheit sind in dem von Zwicker entwickelten Lautheitsmodell enthalten, das die vom Menschen empfundene Lautheit für jeden beliebigen Schall vorhersagt. Dieses Lautheits-Vorhersage-Verfahren ist (zumindestens für stationäre Schalle) inzwischen genormt und soweit etabliert, das es in verschiedenen Meßgeräten bereits implementiert wurde und in der Praxis eingesetzt werden kann.

Die Lautheit korreliert zwar mit der Lästigkeit von Schallen, kann aber nicht Effekte vorhersagen, die einen Klang als besonders „unangenehm“ erscheinen lassen. Die Unangenehmheit eines Schalls ist zwar auch durch den Kontext bestimmt (d. h. durch die individuelle Bedeutung, die der Schall für jede Person aufweist) dennoch gibt es einige Ansätze, „kontextfreie“ oder „unbeeinflusste“ Lästigkeitsvorhersagen von Schallen durchzuführen. Von Zwicker wurde beispielsweise ein Verfahren zur

„unbiased annoyance“ (UBA) vorgeschlagen, das als Einheit die „Annoyance Unit“ (AU) aufweist. Dieses Verfahren bewertet neben der Lautheit auch einige Klangparameter (z. B. die Rauigkeit und die Schärfe des Klangs). Dabei handelt es sich um ein theoretisch interessantes Konzept, das aber noch nicht hinreichend validiert ist und von der Seite der Schallwirkungsforschung einer starken Kritik ausgesetzt ist.

