Prof. Dr. Dr. Birger Kollmeier
Hendrik Kayser

Übungsaufgaben zur physikalischen Messtechnik und Signalverarbeitung

1. Zeige für folgende Experimente die Zufallsvariablen, den Ereignisraum, die Potenzmenge (bzw. σ-Algebra) des Ereignisraumes, das Wahrscheinlichkeitsmaß, die Verteilungsfunktion und die Verteilungsdichtefunktion auf:

   a) Münzwurf(einfach bzw. n-fach)

   b) Lottospiel (6 aus 49)

   c) Vordiploms-Note in Mathematik

   d) Gewichtszunahme bei Mensagästen

2. Berechne die Momente Y_k der Verteilungsdichtefunktion $f(x)$ mit $Y_k = \int\limits_{-\infty}^{\infty} x^k f(x)dx$ sowie die charakteristische Funktion $\varphi(z) = \mathcal{F}^{-1}(f(x))$ (inverse Fouriertransformation von $f(x)$), und überprüfe den Zusammenhang zwischen Y_k und $\left(\frac{d}{dz}\right)^k \varphi(z)\Big|_{z=0}$ für die folgenden Verteilungen:

   a) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ Normalverteilung

   b) $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{\infty} e^{-\lambda t} \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot \delta(x-k)$ Poissonverteilung

   c) $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}, & 0 \leq x \leq a \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$ Gleichverteilung

3. Zeige, dass $S_n = \left(\frac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N}(x_i-\mu)^2\right)^{\frac{1}{2}}$ ein erwartungstreuer Schätzer für σ ist, sofern die x_i unabhängige, identisch verteilte Zufallsvariablen mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ sind.