

Übungsaufgaben zur physikalischen Messtechnik und Signalverarbeitung

1. Konstruiere ein Tiefpassfilter (Butterworth oder Tschebyscheff) m-ter Ordnung ($m=1, 2, \dots$) aus Widerständen, Kondensatoren und Spulen für die Grenzfrequenz $f_g = 1000$ Hz.
2. a) Zeige, dass für die Gaußfunktion

$$\text{gauß}_t(t) = e^{-(t/2)^2} \quad \text{gilt:} \quad T \cdot B = \frac{1}{2},$$

mit: T = mittlere Zeitdauer:

$$T = \sqrt{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} t^2 |s(t)|^2 dt - \left(\int_{-\infty}^{\infty} t |s(t)|^2 dt \right)^2}$$

B = mittlere Bandbreite:

$$B = \sqrt{\langle \omega^2 \rangle - \langle \omega \rangle^2} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} \omega^2 |S(\omega)|^2 d\omega - \left(\int_{-\infty}^{\infty} \omega |S(\omega)|^2 d\omega \right)^2}.$$

- b) Zeige für eine beliebige andere Zeitfunktion, dass das Zeit-Bandbreitenprodukt größer als $\frac{1}{2}$ ist.